MATEMÁTICA

OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS.

NÚMEROS NATURAIS

Os números naturais são o modelo matemático necessário para efetuar uma contagem.

Começando por zero e acrescentando sempre uma unidade, obtemos o conjunto infinito dos números naturais

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$

- Todo número natural dado tem um sucessor
a) O sucessor de 0 é 1.
b) O sucessor de 1000 é 1001.
c) O sucessor de 19 é 20.

Usamos o * para indicar o conjunto sem o zero.

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$

- Todo número natural dado N, exceto o zero, tem um antecessor (número que vem antes do número dado).

Exemplos: Se m é um número natural finito diferente de zero.
a) O antecessor do número m é m-1.
b) O antecessor de 2 é 1.
c) O antecessor de 56 é 55.
d) O antecessor de 10 é 9.

Expressões Numéricas

Nas expressões numéricas aparecem adições, subtrações, multiplicações e divisões. Todas as operações podem acontecer em uma única expressão. Para resolver as expressões numéricas utilizamos alguns procedimentos:

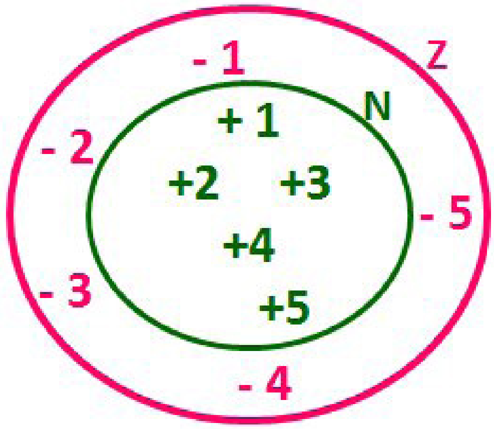
Se em uma expressão numérica aparecer as quatro operações, devemos resolver a multiplicação ou a divisão primeiramente, na ordem em que elas aparecerem e somente depois a adição e a subtração, também na ordem em que aparecerem e os parênteses são resolvidos primeiro.

Exemplo 1
10 + 12 – 6 + 7
22 – 6 + 7
16 + 7
23
Exemplo 2

40 – 9 x 4 + 23
40 – 36 + 23
4 + 23
27
Exemplo 3
25-(50-30)+4x5
25-20+20=25

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS - Z

O conjunto dos números inteiros é a reunião do conjunto dos números naturais N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...},(N C Z); o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Representamos pela letra Z.



N C Z (N está contido em Z)

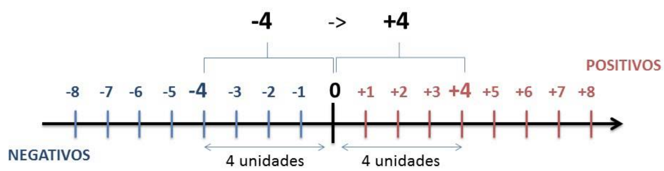
Subconjuntos:

Símbolo	Representação	Descrição
*	Z*	Conjunto dos números inteiros **não nulos**
+	Z_+	Conjunto dos números inteiros **não negativos**
* e +	Z^*_+	Conjunto dos números inteiros **positivos**
-	Z_-	Conjunto dos números inteiros **não positivos**
* e -	Z^*_-	Conjunto dos números inteiros **negativos**

Observamos nos números inteiros algumas características:

Módulo: distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo por | |. O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

Números Opostos: dois números são opostos quando sua soma é zero. Isto significa que eles estão a mesma distância da origem (zero).



Somando-se temos: (+4) + (-4) = (-4) + (+4) = 0

<u>Operações</u>

- Soma ou Adição: Associamos aos números inteiros positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder.

ATENÇÃO: O sinal (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal (–) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

- Subtração: empregamos quando precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade; temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra; temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra. A subtração é a operação inversa da adição. O sinal sempre será do maior número.

ATENÇÃO: todos parênteses, colchetes, chaves, números, ..., entre outros, precedidos de sinal negativo, tem o seu sinal invertido, ou seja, é dado o seu oposto.

Exemplo: (FUNDAÇÃO CASA – AGENTE EDUCACIONAL – VUNESP) Para zelar pelos jovens internados e orientá-los a respeito do uso adequado dos materiais em geral e dos recursos utilizados em atividades educativas, bem como da preservação predial, realizou-se uma dinâmica elencando "atitudes positivas" e "atitudes negativas", no entendimento dos elementos do grupo. Solicitou-se que cada um classificasse suas atitudes como positiva ou negativa, atribuindo (+4) pontos a cada atitude positiva e (-1) a cada atitude negativa. Se um jovem classificou como positiva apenas 20 das 50 atitudes anotadas, o total de pontos atribuídos foi

(A) 50.
(B) 45.
(C) 42.
(D) 36.
(E) 32.

Resolução:
50-20=30 atitudes negativas
20.4=80
30.(-1)=-30
80-30=50
Resposta: A.

- Multiplicação: é uma adição de números/ fatores repetidos. Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.

- Divisão: a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor.

Fica a dica

1) No conjunto *Z*, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.
2) Não existe divisão por zero.
3) Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.

Na multiplicação e divisão de números inteiros é muito importante a **REGRA DE SINAIS**:

Sinais iguais (+) (+); (-) (-) = resultado sempre **positivo.**
Sinais diferentes (+) (-); (-) (+) = resultado sempre **negativo.**

Exemplo: (Pref.de Niterói) Um estudante empilhou seus livros, obtendo uma única pilha 52cm de altura. Sabendo que 8 desses livros possui uma espessura de 2cm, e que os livros restantes possuem espessura de 3cm, o número de livros na pilha é:

(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 20
(E) 22

Resolução:
São 8 livros de 2 cm: 8.2 = 16 cm
Como eu tenho 52 cm ao todo e os demais livros tem 3 cm, temos:
52 - 16 = 36 cm de altura de livros de 3 cm
36 : 3 = 12 livros de 3 cm
O total de livros da pilha: 8 + 12 = 20 livros ao todo.
Resposta: D.

Potenciação: A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.a^n = a x a x a x a x ... x a , *a* é multiplicado por *a n* vezes. Tenha em mente que:

- Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.
- Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.
- Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.

Propriedades da Potenciação

1) Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(-a)^3 . (-a)^6 = (-a)^{3+6} = (-a)^9$

2) Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(-a)^8 : (-a)^6 = (-a)^{8-6} = (-a)^2$

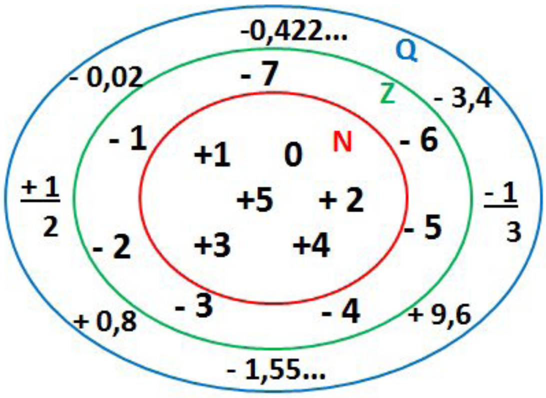
3) Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(-a)^5]^2 = (-a)^{5 \cdot 2} = (-a)^{10}$

4) Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(-a)^1 = -a$ e $(+a)^1 = +a$

5) Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. $(+a)^0 = 1$ e $(-b)^0 = 1$

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS – Q

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde *m* e *n* são números inteiros, sendo que *n* deve ser diferente de zero. Frequentemente usamos *m/n* para significar a divisão de *m* por *n*.



N C Z C Q (N está contido em Z que está contido em Q)

Subconjuntos:

Símbolo	Representação	Descrição
*	Q*	Conjunto dos números racionais **não nulos**
+	Q_+	Conjunto dos números racionais **não negativos**
* e +	Q^*_+	Conjunto dos números racionais **positivos**

-	Q_	Conjunto dos números racionais **não positivos**
* e -	Q*_	Conjunto dos números racionais **negativos**

<u>Representação decimal</u>

Podemos representar um número racional, escrito na forma de fração, em número decimal. Para isso temos duas maneiras possíveis:

1º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, um número finito de algarismos. Decimais Exatos:

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

2º) O numeral decimal obtido possui, após a vírgula, infinitos algarismos (nem todos nulos), repetindo-se periodicamente Decimais Periódicos ou Dízimas Periódicas:

$$\frac{1}{3} = 0,333...$$

<u>Representação Fracionária</u>

É a operação inversa da anterior. Aqui temos duas maneiras possíveis:

1) Transformando o número decimal em uma fração numerador é o número decimal sem a vírgula e o denominador é composto pelo numeral 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número decimal dado. Ex.:

0,035 = 35/1000

2) Através da fração geratriz. Aí temos o caso das dízimas periódicas que podem ser simples ou compostas.

Simples: o seu período é composto por um mesmo número ou conjunto de números que se repeti infinitamente. Exemplos:

* 0,444...
Período: 4 (1 algarismo)

$$0,444... = \frac{4}{9}$$

* 0,313131...
Período: 31 (2 algarismos)

$$0,313131... = \frac{31}{99}$$

* 0,278278278...
Período: 278 (3 algarismos)

$$0,278278278... = \frac{278}{999}$$

Procedimento: para transformarmos uma dízima periódica simples em fração basta utilizarmos o dígito 9 no denominador para cada quantos dígitos tiver o período da dízima.

Composta: quando a mesma apresenta um ante período que não se repete.

a)

$$0,\underbrace{58}_{\text{Parte não periódica com 2 algarismos}}333... = \frac{\overbrace{583-58}^{\text{Parte não periódica com o período da dízima menos a parte não periódica.}}}{9\underbrace{00}_{\text{2 algarismos zeros}}} = \frac{525}{900} = \frac{525:75}{900:75} = \frac{7}{12}$$

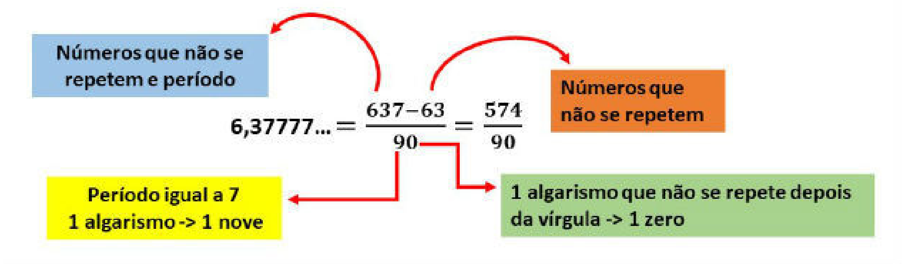
Período com 1 algarismo

1 algarismo 9

Simplificando

Procedimento: para cada algarismo do período ainda se coloca um algarismo 9 no denominador. Mas, agora, para cada algarismo do antiperíodo se coloca um algarismo zero, também no denominador.

b)



$$6\frac{34}{90} \rightarrow temos\ uma\ fração\ mista, tranformando - a\ \rightarrow (6.90+34) = 574, logo: \frac{574}{90}$$

Procedimento: é o mesmo aplicado ao item “a”, acrescido na frente da parte inteira (fração mista), ao qual transformamos e obtemos a fração geratriz.

Exemplo: (Pref. Niterói) Simplificando a expressão abaixo

$$\frac{1,3333\ldots+\frac{3}{2}}{1,5+\frac{4}{3}}$$

Obtém-se:
(A) ½
(B) 1
(C) 3/2
(D) 2
(E) 3

Resolução:
1,3333...= 12/9 = 4/3
1,5 = 15/10 = 3/2

$$\frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{4}{3}} = \frac{\frac{17}{6}}{\frac{17}{6}} = 1$$

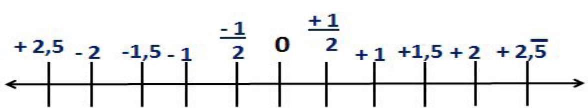
Resposta: B.

<u>**Caraterísticas dos números racionais**</u>
O **módulo** e o **número oposto** são as mesmas dos números inteiros.

Inverso: dado um número racional a/b o inverso desse número $(a/b)^{-n}$, é a fração onde o numerador vira denominador e o denominador numerador $(b/a)^{n}$.

$$\left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)^{-\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{a} \neq 0 = \left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}\right)^{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{b} \neq 0$$

<u>**Representação geométrica**</u>



Observa-se que entre dois inteiros consecutivos existem infinitos números racionais.

<u>**Operações**</u>

- Soma ou adição: como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos a adição entre os números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que a soma de frações,através :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

- Subtração: a subtração de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de adição do número *p* com o oposto de *q*, isto é: *p – q = p + (–q)*

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

ATENÇÃO: Na adição/subtração se o denominador for igual, conserva-se os denominadores e efetua-se a operação apresentada.

Exemplo: (PREF. JUNDIAI/SP – AGENTE DE SERVIÇOS OPERACIONAIS – MAKIYAMA) Na escola onde estudo, ¼ dos alunos tem a língua portuguesa como disciplina favorita, 9/20 têm a matemática como favorita e os demais têm ciências como favorita. Sendo assim, qual fração representa os alunos que têm ciências como disciplina favorita?

(A) 1/4
(B) 3/10
(C) 2/9
(D) 4/5
(E) 3/2

Resolução:
Somando português e matemática:

$$\frac{1}{4}+\frac{9}{20}=\frac{5+9}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

O que resta gosta de ciências:

$$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$$

Resposta: B.

- Multiplicação: como todo número racional é uma fração ou pode ser escrito na forma de uma fração, definimos o produto de dois números racionais $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, da mesma forma que o produto de frações, através:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

- Divisão: a divisão de dois números racionais *p* e *q* é a própria operação de multiplicação do número *p* pelo inverso de *q*, isto é: $p \div q = p \times q^{-1}$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}.\frac{d}{c}$$

Exemplo: (PM/SE – SOLDADO 3ªCLASSE – FUNCAB*)* Numa operação policial de rotina, que abordou 800 pessoas, verificou-se que 3/4 dessas pessoas eram homens e 1/5 deles foram detidos. Já entre as mulheres abordadas, 1/8 foram detidas.

Qual o total de pessoas detidas nessa operação policial?

(A) 145
(B) 185
(C) 220
(D) 260
(E) 120

Resolução:

$$800\cdot\frac{3}{4}=600\ homens$$

$$600\cdot\frac{1}{5}=120\ homens\ detidos$$

Como 3/4 eram homens, 1/4 eram mulheres

$800\cdot\frac{1}{4}=200\ mulheres$ ou 800-600=200 mulheres

$$200\cdot\frac{1}{8}=25\ mulhers\ detidas$$

Total de pessoas detidas: 120+25=145

Resposta: A.

- Potenciação: é **válido as propriedades aplicadas aos números inteiros. Aqui destacaremos apenas a**s que se aplicam aos números racionais.

A) Toda potência com expoente negativo de um número racional diferente de zero é igual a outra potência que tem a base igual ao inverso da base anterior e o expoente igual ao oposto do expoente anterior.

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{2} = \frac{25}{9}$$

B) Toda potência com expoente ímpar tem o mesmo sinal da base.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right).\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$$

C) Toda potência com expoente par é um número positivo.

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^{2} = \left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$$

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

São todas sentenças matemáticas formadas por números, suas operações (adições, subtrações, multiplicações, divisões, potenciações e radiciações) e também por símbolos chamados de sinais de associação, que podem aparecer em uma única expressão.

Procedimentos

1) Operações:

- Resolvermos primeiros as potenciações e/ou radiciações na ordem que aparecem;
- Depois as multiplicações e/ou divisões;
- Por último as adições e/ou subtrações na ordem que aparecem.

2) Símbolos:

- Primeiro, resolvemos os parênteses ( ), até acabarem os cálculos dentro dos parênteses,
-Depois os colchetes [];
- E por último as chaves {}.

Fica a dica

- Quando o sinal de **adição (+)** anteceder um parêntese, colchetes ou chaves, deveremos eliminar o parêntese, o colchete ou chaves, na ordem de resolução, reescrevendo os números internos com os seus sinais originais.

-Quando o sinal de *subtração (-)* anteceder um parêntese, colchetes ou chaves, deveremos eliminar o parêntese, o colchete ou chaves, na ordem de resolução, reescrevendo os números internos com o seus sinais invertidos.

Exemplo: (MANAUSPREV – Analista Previdenciário – Administrativa – FCC) Considere as expressões numéricas, abaixo.

A = 1/2 + 1/4+ 1/8 + 1/16 + 1/32 e B = 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243

O valor, aproximado, da soma entre A e B é
(A) 2
(B) 3
(C) 1
(D) 2,5
(E) 1,5

Resolução:
Vamos resolver cada expressão separadamente:

$$A=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}=\frac{16+8+4+2+1}{32}=\frac{31}{32}$$

$$B=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+\frac{1}{243}$$

$$\frac{81+27+9+3+1}{243}=\frac{121}{243}$$

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}=\frac{31}{32}+\frac{121}{243}=\frac{243.31+32.121}{7776}$$

$$\frac{7533+3872}{7776}=\frac{11405}{7776}=1{,}466\cong 1{,}5$$

Resposta: E.

NÚMEROS IRRACIONAIS

Identificação de números irracionais

- Todas as dízimas periódicas são números racionais.
- Todos os números inteiros são racionais.
- Todas as frações ordinárias são números racionais.
- Todas as dízimas não periódicas são números irracionais.
- Todas as raízes inexatas são números irracionais.
- A soma de um número racional com um número irracional é sempre um número irracional.
- A diferença de dois números irracionais, pode ser um número racional.

-Os números irracionais não podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e b≠0.

Exemplo: $\sqrt{5}$ - $\sqrt{5}$ = 0 e 0 é um número racional.

- O quociente de dois números irracionais, pode ser um número racional.

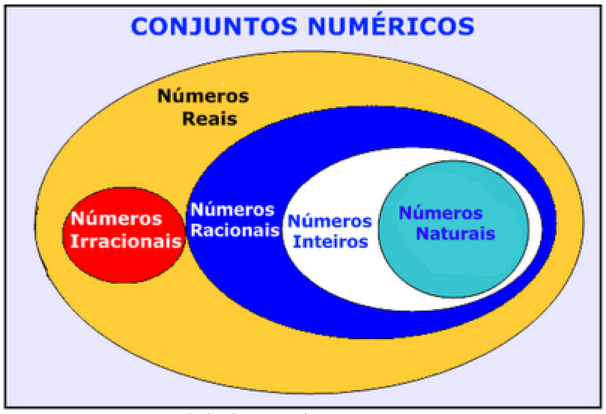
Exemplo: $\sqrt{8}$: $\sqrt{2}$ = $\sqrt{4}$ = 2e 2 é um número racional.

- O produto de dois números irracionais, pode ser um número racional.

Exemplo: $\sqrt{7}$. $\sqrt{7}$ = $\sqrt{49}$ = 7 é um número racional.

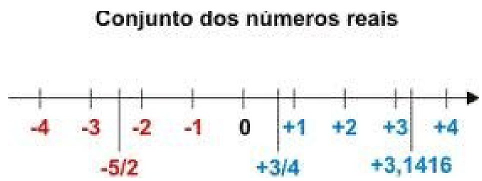
Exemplo:radicais($\sqrt{2},\sqrt{3}$) a raiz quadrada de um número natural, se não inteira, é irracional.

NÚMEROS REAIS



Fonte: www.estudokids.com.br

Representação na reta



INTERVALOS LIMITADOS

Intervalo fechado – Números reais maiores do que a ou iguais a e menores do que b ou iguais a b.

Intervalo:[a,b]
Conjunto: {x∈R|a≤x≤b}

Intervalo aberto – números reais maiores que a e menores que b.

Intervalo:]a,b[
Conjunto:{x∈R|a<x<b}

Intervalo fechado à esquerda – números reais maiores que a ou iguais a a e menores do que b.

Intervalo:{a,b[
Conjunto {x∈R|a≤x<b}

Intervalo fechado à direita – números reais maiores que a e menores ou iguais a b.

Intervalo:]a,b]
Conjunto:{x∈R|a<x≤b}

INTERVALOS IIMITADOS

Semirreta esquerda, fechada de origem b- números reais menores ou iguais a b.

Intervalo:]-∞,b]
Conjunto:{x∈R|x≤b}

Semirreta esquerda, aberta de origem b – números reais menores que b.

Intervalo:]-∞,b[
Conjunto:{x∈R|x<b}

Semirreta direita, fechada de origem a – números reais maiores ou iguais a a.

Intervalo:[a,+ ∞[
Conjunto:{x∈R|x≥a}
Semirreta direita, aberta, de origem a – números reais maiores que a.

Intervalo:]a,+ ∞[
Conjunto:{x∈R|x>a}

Potenciação
Multiplicação de fatores iguais

2^3=2.2.2=8

Casos

1) Todo número elevado ao expoente 0 resulta em 1.

$$1^0 = 1$$

$$100000^0 = 1$$

2) Todo número elevado ao expoente 1 é o próprio número.

$$3^1 = 3$$

$$4^1 = 4$$

3) Todo número negativo, elevado ao expoente par, resulta em um número positivo.

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-4)^2 = 16$$

4) Todo número negativo, elevado ao expoente ímpar, resulta em um número negativo.

$$(-2)^3 = -8$$

$$(-3)^3 = -27$$

5) Se o sinal do expoente for negativo, devemos passar o sinal para positivo e inverter o número que está na base.

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

6) Toda vez que a base for igual a zero, não importa o valor do expoente, o resultado será igual a zero.

$$0^2 = 0$$

$$0^3 = 0$$

Propriedades

1) ($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$) Em uma multiplicação de potências de mesma base, repete-se a base esoma os expoentes.

Exemplos:
$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$
(2.2.2.2) .(2.2.2)= 2.2.2. 2.2.2.2= 2^7

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 2^{-2}.2^{-3} = 2^{-5}$$

2)($a^m : a^n = a^{m-n}$). Em uma divisão de potência de mesma base. Conserva-se a base e subtraem os expoentes.

Exemplos:
$9^6 : 9^2 = 9^{6-2} = 9^4$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

3)$(a^m)^n$ Potência de potência. Repete-se a base e multiplica-se os expoentes.

Exemplos:
$(5^2)^3 = 5^{2.3} = 5^6$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^3 = \frac{2^{12}}{3}$$

4) E uma multiplicação de dois ou mais fatores elevados a um expoente, podemos elevar cada um a esse mesmo expoente.
$(4.3)^2 = 4^2.3^2$

5) Na divisão de dois fatores elevados a um expoente, podemos elevar separados.

$$\left(\frac{15}{7}\right)^2 = \frac{15^2}{7^2}$$

Radiciação

Radiciação é a operação inversa a potenciação

Técnica de Cálculo

A determinação da raiz quadrada de um número torna-se mais fácil quando o algarismo se encontra fatorado em números primos. Veja:

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$64=2.2.2.2.2.2=2^6$

Como é raiz quadrada a cada dois números iguais "tira-se" um e multiplica.

$\sqrt{64} = 2.2.2 = 8$

Observe:

$$\sqrt{3.5} = (3.5)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.\sqrt{5}$$

De modo geral, se

$$a \in R_+, b \in R_+, n \in N^*,$$

então:

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

O radical de índice inteiro e positivo de um produto indicado é igual ao produto dos radicais de mesmo índice dos fatores do radicando.

Raiz quadrada de frações ordinárias

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Observe:

De modo geral,

se $a \in R_+, b \in R^*_+, n \in N^*,$

então:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

O radical de índice inteiro e positivo de um quociente indicado é igual ao quociente dos radicais de mesmo índice dos termos do radicando.

Raiz quadrada números decimais

$$\sqrt{1{,}69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}} = \frac{13}{10} = 1{,}3$$

Operações

$$\sqrt{5{,}76} = \sqrt{\frac{576}{100}} = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{100}} = \frac{24}{10} = 2{,}4$$

Operações

Multiplicação

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Exemplo

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

Divisão

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemplo

$$\sqrt{\frac{72}{2}} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$$

Adição e subtração

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{20}$$

Para fazer esse cálculo, devemos fatorar o 8 e o 20.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{8} & \mathbf{2} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \mathbf{20} & \mathbf{2} \\ \mathbf{10} & \mathbf{2} \\ \mathbf{5} & \mathbf{5} \\ \mathbf{1} & \end{array}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{20} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

Caso tenha:

$$\sqrt{2} + \sqrt{5}$$

Não dá para somar, as raízes devem ficar desse modo.

Racionalização de Denominadores

Normalmente não se apresentam números irracionais com radicais no denominador. Ao processo que leva à eliminação dos radicais do denominador chama-se racionalização do denominador.

1º Caso:Denominador composto por uma só parcela

$$\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$$

2º Caso: Denominador composto por duas parcelas.

$$\frac{3}{2-\sqrt{10}}$$

Devemos multiplicar de forma que obtenha uma diferença de quadrados no denominador:

$$\frac{3}{2-\sqrt{10}}=\frac{3}{2-\sqrt{10}}\cdot\frac{2+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}}=\frac{6+3\sqrt{10}}{4-10}=\frac{6+3\sqrt{10}}{-6}=-1-\frac{1}{2}\sqrt{10}$$

QUESTÕES

01. (Prefeitura de Salvador /BA - Técnico de Nível Superior II - Direito – FGV/2017) Em um concurso, há 150 candidatos em apenas duas categorias: nível superior e nível médio.

Sabe-se que:

• dentre os candidatos, 82 são homens;
• o número de candidatos homens de nível superior é igual ao de mulheres de nível médio;
• dentre os candidatos de nível superior, 31 são mulheres.

.O número de candidatos homens de nível médio é
(A) 42.
(B) 45.
(C) 48.
(D) 50.
(E) 52.

02. (SAP/SP - Agente de Segurança Penitenciária - MSCONCURSOS/2017) Raoni, Ingrid, Maria Eduarda, Isabella e José foram a uma prova de hipismo, na qual ganharia o competidor que obtivesse o menor tempo final. A cada 1 falta seriam incrementados 6 segundos em seu tempo final. Ingrid fez 1’10” com 1 falta, Maria Eduarda fez 1’12” sem faltas, Isabella fez 1’07” com 2 faltas, Raoni fez 1’10” sem faltas e José fez 1’05” com 1 falta. Verificando a colocação, é correto afirmar que o vencedor foi:
(A) José
(B) Isabella
(C) Maria Eduarda
(D) Raoni

03. (SAP/SP - Agente de Segurança Penitenciária - MSCONCURSOS/2017) O valor de √0,444... é:
(A) 0,2222...
(B) 0,6666...
(C) 0,1616...
(D) 0,8888...

04. (CÂMARA DE SUMARÉ – Escriturário -VUNESP/2017) Se, numa divisão, o divisor e o quociente são iguais, e o resto é 10, sendo esse resto o maior possível, então o dividendo é
(A) 131.
(B) 121.
(C) 120.
(D) 110.
(E) 101.

05. (TST – Técnico Judiciário – FCC/2017) As expressões numéricas abaixo apresentam resultados que seguem um padrão específico:

1ª expressão: 1 x 9 + 2

2ª expressão: 12 x 9 + 3

3ª expressão: 123 x 9 + 4

...

7ª expressão: □ x 9 + □

Seguindo esse padrão e colocando os números adequados no lugar dos símbolos □ e □, o resultado da 7ª expressão será
(A) 1 111 111.
(B) 11 111.
(C) 1 111.
(D) 111 111.
(E) 11 111 111.

06. (TST – Técnico Judiciário – FCC/2017) Durante um treinamento, o chefe da brigada de incêndio de um prédio comercial informou que, nos cinquenta anos de existência do prédio, nunca houve um incêndio, mas existiram muitas situações de risco, felizmente controladas a tempo. Segundo ele, 1/13 dessas situações deveu-se a ações criminosas, enquanto as demais situações haviam sido geradas por diferentes tipos de displicência. Dentre as situações de risco geradas por displicência,

− 1/5 deveu-se a pontas de cigarro descartadas inadequadamente;
− 1/4 deveu-se a instalações elétricas inadequadas;
− 1/3 deveu-se a vazamentos de gás e
− as demais foram geradas por descuidos ao cozinhar.

De acordo com esses dados, ao longo da existência desse prédio comercial, a fração do total de situações de risco de incêndio geradas por descuidos ao cozinhar corresponde à
(A) 3/20.
(B) 1/4.
(C) 13/60.
(D) 1/5.
(E) 1/60.

07. (ITAIPU BINACIONAL -Profissional Nível Técnico I - Técnico em Eletrônica – NCUFPR/2017) Assinale a alternativa que apresenta o valor da expressão

$$\frac{[(2^{-2})\times 16]^{\frac{1}{2}}}{2^{-1}}.$$

(A) 1.
(B) 2.
(C) 4.
(D) 8.
(E) 16.

08. (UNIRV/GO – Auxiliar de Laboratório – UNIRVGO/2017)

Qual o resultado de $16^{\frac{1}{4}} + 4^{-\frac{1}{2}}$?

(A) 3
(B) 3/2
(C) 5
(D) 5/2

09. (IBGE – Agente Censitário Municipal e Supervisor – FGV/2017) Suponha que a # b signifique a - 2b .

Se 2#(1#N)=12 , então N é igual a:
(A) 1;
(B) 2;
(C) 3;
(D) 4;
(E) 6.

10. (IBGE – Agente Censitário Municipal e Supervisor – FGV/2017) Uma equipe de trabalhadores de determinada empresa tem o mesmo número de mulheres e de homens. Certa manhã, 3/4 das mulheres e 2/3 dos homens dessa equipe saíram para um atendimento externo.

Desses que foram para o atendimento externo, a fração de mulheres é
(A) 3/4;
(B) 8/9;
(C) 5/7;
(D) 8/13;
(E) 9/17.

RESPOSTAS

01.Resposta: B.
150-82=68 mulheres
Como 31 mulheres são candidatas de nível superior, 37 são de nível médio.
Portanto, há 37 homens de nível superior.
82-37=45 homens de nível médio.

02. Resposta: D.
Como o tempo de Raoni foi 1´10" sem faltas, ele foi o vencedor.

03. Resposta: B.
Primeiramente, vamos transformar a dízima em fração
X=0,4444....
10x=4,444...
9x=4

$$x = \frac{4}{9}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3} = 0{,}666\ldots.$$

04. Resposta: A.
Como o maior resto possível é 10, o divisor é o número 11 que é igua o quociente.
11x11=121+10=131

05. Resposta: E.
A 7ª expressão será: 1234567x9+8=11111111

06. Resposta: D.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{12+15+20}{60} = \frac{47}{60}$$

Gerado por descuidos ao cozinhar:

$$\frac{60}{60} - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$$

Mas, que foram gerados por displicência é 12/13(1-1/13)

$$\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

07.Resposta: C.

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{4} \cdot 16\right)}}{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{4} \cdot 2 = 4$$

08. Resposta: D.

$$\sqrt[4]{16} + \sqrt{\frac{1}{4}} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

09. Resposta: C.
2-2(1-2N)=12
2-2+4N=12
4N=12
N=3

10. Resposta: E.
Como tem o mesmo número de homens e mulheres:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}M = \frac{3}{8}M$$

Dos homens que saíram:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}H$$

Saíram no total

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{9+8}{24} = \frac{17}{24} pessoas$$

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{17}{24}} = \frac{3 \cdot 24}{17 \cdot 8} = \frac{9}{17}$$

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM E MÁXIMO DIVISOR COMUM

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Múltiplos

Dizemos que um número é múltiplo de outro quando o primeiro é resultado da multiplicação entre o segundo e algum número natural e o segundo, nesse caso, é divisor do primeiro. O que significa que existem dois números, x e y, tal que x é múltiplo de y se existir algum número natural *n* tal que:

$$x = y \cdot n$$

Se esse número existir, podemos dizer que y é um divisor de x e podemos escrever: x = n/y

Observações:

1) Todo número natural é múltiplo de si mesmo.
2) Todo número natural é múltiplo de 1.
3) Todo número natural, diferente de zero, tem infinitos múltiplos.
4) O zero é múltiplo de qualquer número natural.
5) Os múltiplos do número 2 são chamados de números pares, e a fórmula geral desses números é 2k ($k \in N$). Os demais são chamados de números ímpares, e a fórmula geral desses números é 2k + 1 ($k \in N$).
6) O mesmo se aplica para os números inteiros, tendo $k \in Z$.

Critérios de divisibilidade

São regras práticas que nos possibilitam dizer se um número é ou não divisível por outro, sem que seja necessário efetuarmos a divisão. No quadro abaixo temos um resumo de alguns dos critérios:

(Fonte: https://www.guiadamatematica.com.br/criterios-de--divisibilidade/ - reeditado)

Vale ressaltar a divisibilidade por 7: Um número **é** divisível por 7 quando o último algarismo do número, multiplicado por 2, subtraído do número sem o algarismo, resulta em um número múltiplo de 7. Neste, o processo será repetido a fim de diminuir a quantidade de algarismos a serem analisados quanto à divisibilidade por 7.

Outros critérios

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo.

Divisibilidade por 15: Um número é divisível por 15 quando é divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.

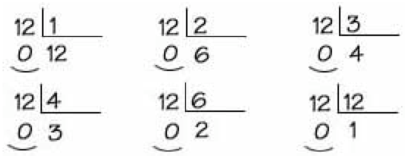
Fatoração numérica

Trata-se de decompor o número em fatores primos. Para decompormos este número natural em fatores primos, dividimos o mesmo pelo seu menor divisor primo, após pegamos o quociente e dividimos o pelo seu menor divisor, e assim sucessivamente até obtermos o quociente 1. O produto de todos os fatores primos representa o número fatorado. Exemplo:

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	144 $= 2^4 \times 3^2$

Divisores

Os divisores de um número n, é o conjunto formado por todos os números que o dividem exatamente. Tomemos como exemplo o número 12.



Um método para descobrimos os divisores é através da fatoração numérica. O número de divisores naturais é igual ao produto dos expoentes dos fatores primos acrescidos de 1.

Logo o número de divisores de 12 são:

$$\underbrace{2^2}_{(2+1)} \cdot \underbrace{3^1}_{(1+1)} = (2 + 1).(1 + 1) = 3.2 = 6 \text{ divisores naturais}$$

Para sabermos quais são esses 6 divisores basta pegarmos cada fator da decomposição e seu respectivo expoente natural que varia de zero até o expoente com o qual o fator se apresenta na decomposição do número natural.

$12 = 2^2 . 3^1 =$

$2^2 = 2^0, 2^1$ e 2^2 ; $3^1 = 3^0$ e 3^1, teremos:

$2^0 . 3^0 = 1$

$2^0 . 3^1 = 3$

$2^1 . 3^0 = 2$

$2^1 . 3^1 = 2.3 = 6$

$2^2 . 3^1 = 4.3 = 12$

$2^2 . 3^0 = 4$

O conjunto de divisores de 12 são: D (12)={1, 2, 3, 4, 6, 12}

A soma dos divisores é dada por: 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

É o **maior número** que é divisor comum de todos os números dados. Para o cálculo do MDC usamos a d**ecomposição em fatores primos.** Procedemos da seguinte maneira:

Após decompor em fatores primos, o MDC é o produto dos **FATORES COMUNS** obtidos, cada um deles elevado ao seu **MENOR EXPOENTE**. Exemplo:

MDC (18,24,42) =

Decomposição de 18	Decomposição de 24	Decomposição de 42
18 | 2	24 | 2	42 | 2
9 | 3	12 | 2	21 | 3
3 | 3	6 | 2	7 | 7
1 | $2x3x3$	3 | 3	1 | $2x3x7$
	1 | $2x2x2x3$	
$2x3^2$	2^3x3	2x3x7

Observe que os fatores comuns entre eles são: 2 e 3, então pegamos os de menores expoentes: 2x3 = 6. Logo o Máximo Divisor Comum entre 18,24 e 42 é 6.

MINIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

É o menor número positivo que é múltiplo comum de todos os números dados. A técnica para acharmos é a mesma do MDC, apenas com a seguinte ressalva:

O MMC é o produto dos **FATORES COMUNS E NÃO-COMUNS**, cada um deles elevado ao **SEU MAIOR EXPOENTE**.

Pegando o exemplo anterior, teríamos:

MMC (18,24,42) =

Fatores comuns e não-comuns= 2,3 e 7

Com maiores expoentes: $2^3x3^2x7 = 8x9x7 = 504$. Logo o Mínimo Múltiplo Comum entre 18,24 e 42 é 504.

Temos ainda que o produto do MDC e MMC é dado por: **MDC (A,B). MMC (A,B)= A.B**

RAZÃO E PROPORÇÃO.

RAZÃO

É uma fração, sendo *a* e *b* dois números a sua razão, chama-se *razão de a para b*:**a/b** ou **a:b** , assim representados, sendo b ≠ 0. Temos que:

$$\frac{a \Rightarrow \text{antecedente}}{b \Rightarrow \text{consequente}}$$

Exemplo:

(SEPLAN/GO – Perito Criminal – FUNIVERSA) Em uma ação policial, foram apreendidos 1 traficante e 150 kg de um produto parecido com maconha. Na análise laboratorial, o perito constatou que o produto apreendido não era maconha pura, isto é, era uma mistura da *Cannabis sativa* com outras ervas. Interrogado, o traficante revelou que, na produção de 5 kg desse produto, ele usava apenas 2 kg da *Cannabis sativa*; o restante era composto por várias "outras ervas". Nesse caso, é correto afirmar que, para fabricar todo o produto apreendido, o traficante usou

(A) 50 kg de *Cannabis sativa* e 100 kg de outras ervas.
(B) 55 kg de *Cannabis sativa* e 95 kg de outras ervas.
(C) 60 kg de *Cannabis sativa* e 90 kg de outras ervas.
(D) 65 kg de *Cannabis sativa* e 85 kg de outras ervas.
(E) 70 kg de *Cannabis sativa* e 80 kg de outras ervas.

Resolução:

O enunciado fornece que a cada 5kg do produto temos que 2kg da *Cannabis sativa* e os demais *outras ervas*. Podemos escrever em forma de razão $\frac{2}{5}$, logo :

$$\frac{2}{5}.150 = 60kg\ de\ Cannabis\ sativa \quad \therefore 150 - 60 = 90kg\ de\ outras\ ervas$$

Resposta: C.

<u>Razões Especiais</u>

São aquelas que recebem um nome especial. Vejamos algumas:

Velocidade: é razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

$$V = \frac{\text{Distância}}{\text{Tempo}}$$

Densidade: é a razão entre a massa de um corpo e o seu volume ocupado por esse corpo.

$$d = \frac{\text{Massa}}{\text{Volume}}$$

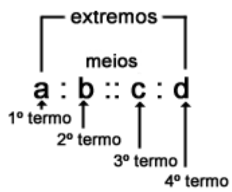
PROPORÇÃO

É uma igualdade entre duas frações ou duas razões.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a : b :: c : d$$

Lemos: a esta para b, assim como c está para d.

Ainda temos:



<u>Propriedades da Proporção</u>

- Propriedade Fundamental: o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

a . d = b . c

- A soma/diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a soma/diferença dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad ou \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \quad ou \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

- A soma/diferença dos antecedentes está para a soma/diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b} \; ou \; \frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b} \; ou \; \frac{a-c}{b-d}=\frac{c}{d}$$

Exemplo:

(MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP) A medida do comprimento de um salão retangular está para a medida de sua largura assim como 4 está para 3. No piso desse salão, foram colocados somente ladrilhos quadrados inteiros, revestindo-o totalmente. Se cada fileira de ladrilhos, no sentido do comprimento do piso, recebeu 28 ladrilhos, então o número mínimo de ladrilhos necessários para revestir totalmente esse piso foi igual a

(A) 588.
(B) 350.
(C) 454.
(D) 476.
(E) 382.

Resolução:

$$\frac{C}{L}=\frac{4}{3}$$ que fica 4L = 3C

Fazendo C = 28 e substituindo na proporção, temos:

$$\frac{28}{L}=\frac{4}{3}$$

4L = 28 . 3
L = 84 / 4
L = 21 ladrilhos

Assim, o total de ladrilhos foi de 28. 21 = 588
Resposta: A.

DIVISÃO PROPORCIONAL

Quando realizamos uma divisão diretamente proporcional estamos dividindo um número de maneira proporcional a uma sequência de outros números. A divisão pode ser de diferentes tipos, vejamos:

Divisão Diretamente Proporcional

1) Divisão em duas partes diretamente proporcionais: para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a p e q, montamos um sistema com duas equações e duas incógnitas, de modo que a soma das partes seja A + B = M:

$$\frac{A}{p}=\frac{B}{q}=\frac{A+B}{p+q}=\frac{M}{p+q}=\boldsymbol{K}$$

O valor de **K** é que proporciona a solução pois: **A = K.p** e **B = K.q**

2) Divisão em várias partes diretamente proporcionais: para decompor um número M em partes x_1, x_2, ..., x_n diretamente proporcionais a p_1, p_2, ..., p_n, deve-se montar um sistema com *n* equações e *n* incógnitas, sendo as somas $x_1 + x_2 + ... + x_n$ = M e $p_1 + p_2 + ... + p_n$ = P:

$$\frac{x_1}{p_1}=\frac{x_2}{p_2}=\cdots=\frac{x_n}{p_n}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{p_1+p_2+\cdots p_n}=\frac{M}{P}=\boldsymbol{K}$$

Divisão Inversamente Proporcional

1) Divisão em duas partes inversamente proporcionais: para decompor um número M em duas partes A e B inversamente proporcionais a p e q, deve-se decompor este número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a 1/p e 1/q, que são, respectivamente, os inversos de p e q. Assim basta montar o sistema com duas equações e duas incógnitas tal que A + B = M:

$$\frac{A}{1/p}=\frac{B}{1/q}=\frac{A+B}{1/p+1/q}=\frac{M}{1/p+1/q}=\frac{M.p.q}{p+q}=\boldsymbol{K}$$

O valor de **K** proporciona a solução pois: **A = K/p** e **B = K/q.**

2) Divisão em várias partes inversamente proporcionais: para decompor um número M em n partes x_1, x_2, ..., x_n inversamente proporcionais a p_1, p_2, ..., p_n, basta decompor este número M em n partes x_1, x_2, ..., x_n diretamente proporcionais a $1/p_1$, $1/p_2$, ..., $1/p_n$. A montagem do sistema com n equações e n incógnitas, assume que $x_1 + x_2 + ... + x_n$ = M:

$$\frac{x_1}{1/p_1}=\frac{x_2}{1/p_2}=\cdots=\frac{x_n}{\frac{1}{p_n}}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\cdots\frac{1}{p_n}}=\frac{M}{\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\cdots+\frac{1}{p_n}}=\boldsymbol{K}$$

Divisão em partes direta e inversamente proporcionais

1) Divisão em duas partes direta e inversamente proporcionais: para decompor um número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a <u>a</u>, <u>c</u> e <u>d</u> e inversamente proporcionais a <u>p</u> e <u>q</u>, deve-se decompor este número M em duas partes A e B diretamente proporcionais a c/q e d/q, basta montar um sistema com duas equações e duas incógnitas de forma que A + B = M

O valor de **K** proporciona a solução pois: **A = K.c/p e B = K.d/q.**

$$\frac{A}{c/p}=\frac{B}{d/q}=\frac{A+B}{c/p+d/q}=\frac{M}{c/p+d/q}=\frac{M.p.q}{c.q+p.d}=\boldsymbol{K}$$

2) Divisão em n partes direta e inversamente proporcionais: para decompor um número M em n partes x_1, x_2, ..., x_n diretamente proporcionais a p_1, p_2, ..., p_n e inversamente proporcionais a q_1, q_2, ..., q_n, basta decompor este número M em n partes x_1, x_2, ..., x_n diretamente proporcionais a p_1/q_1, p_2/q_2, ..., p_n/q_n.

A montagem do sistema com n equações e n incógnitas exige que $x_1 + x_2 + ... + x_n$ = M:

$$\frac{x_1}{p_1/q_1}=\frac{x_2}{p_2/q_2}=\cdots=\frac{x_n}{\frac{p_n}{q_n}}=\frac{x_n+x_2+\cdots+x_n}{\frac{p_1}{q_1}+\frac{p_2}{q_2}+\cdots+\frac{p_n}{q_n}}=\boldsymbol{K}$$

Exemplos:

01. (Pref. Paulistana/PI – Professor de Matemática – IMA) Uma herança de R$ 750.000,00 deve ser repartida entre três herdeiros, em partes proporcionais a suas idades que são de 5, 8 e 12 anos. O mais velho receberá o valor de:

(A) R$ 420.000,00
(B) R$ 250.000,00
(C) R$ 360.000,00
(D) R$ 400.000,00
(E) R$ 350.000,00

Resolução:
5x + 8x + 12x = 750.000
25x = 750.000
x = 30.000
O mais velho receberá: 12 · 30000=360000
Resposta: C.

02. (TRF 3ª – Técnico Judiciário – FCC) Quatro funcionários dividirão, em partes diretamente proporcionais aos anos dedicados para a empresa, um bônus de R$36.000,00. Sabe-se que dentre esses quatro funcionários um deles já possui 2 anos trabalhados, outro possui 7 anos trabalhados, outro possui 6 anos trabalhados e o outro terá direito, nessa divisão, à quantia de R$6.000,00. Dessa maneira, o número de anos dedicados para a empresa, desse último funcionário citado, é igual a
(A) 5.
(B) 7.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

Resolução:
2x + 7x + 6x + 6000 = 36000
15x = 30000
x = 2000

Como o último recebeu R$ 6.000,00, significa que ele se dedicou 3 anos a empresa, pois 2000.3 = 6000
Resposta: D.

03. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) Uma prefeitura destinou a quantia de 54 milhões de reais para a construção de três escolas de educação infantil. A área a ser construída em cada escola é, respectivamente, 1.500 m², 1.200 m² e 900 m² e a quantia destinada à cada escola é diretamente proporcional a área a ser construída.
Sendo assim, a quantia destinada à construção da escola com 1.500 m² é, em reais, igual a
(A) 22,5 milhões.
(B) 13,5 milhões.
(C) 15 milhões.
(D) 27 milhões.
(E) 21,75 milhões.

Resolução:
1500x + 1200x + 900x = 54000000
3600x = 54000000
x = 15000
Escola de 1500 m²: 1500.15000 = 22500000 = 22,5 milhões.
Resposta: A.

04. (SABESP – Atendente a Clientes 01 – FCC) Uma empresa quer doar a três funcionários um bônus de R$ 45.750,00. Será feita uma divisão proporcional ao tempo de serviço de cada um deles. Sr. Fortes trabalhou durante 12 anos e 8 meses. Sra. Lourdes trabalhou durante 9 anos e 7 meses e Srta. Matilde trabalhou durante 3 anos e 2 meses. O valor, em reais, que a Srta. Matilde recebeu a menos que o Sr. Fortes é
(A) 17.100,00.
(B) 5.700,00.
(C) 22.800,00.
(D) 17.250,00.
(E) 15.000,00.

Resolução:
* Fortes: 12 anos e 8 meses = 12.12 + 8 = 144 + 8 = 152 meses
* Lourdes: 9 anos e 7 meses = 9.12 + 7 = 108 + 7 = 115 meses
* Matilde: 3 anos e 2 meses = 3.12 + 2 = 36 + 2 = 38 meses
* TOTAL: 152 + 115 + 38 = 305 meses
* Vamos chamar a quantidade que cada um vai receber de F, L e M.

$$\frac{\boldsymbol{F}}{152} = \frac{\boldsymbol{L}}{115} = \frac{\boldsymbol{M}}{38} = \frac{\boldsymbol{F}+\boldsymbol{L}+\boldsymbol{M}}{152+115+38} = \frac{45750}{305} = 150$$

Agora, vamos calcular o valor que M e F receberam:

$$\frac{\boldsymbol{M}}{38} = 150$$

M = 38 . 150 = R$ 5 700,00

$$\frac{\boldsymbol{F}}{152} = 150$$

F = 152 . 150 = R$ 22 800,00
Por fim, a diferença é:22 800 – 5700 = R$ 17 100,00
Resposta: A.

05. (SESP/MT – Perito Oficial Criminal - Engenharia Civil/Engenharia Elétrica/Física/Matemática – FUNCAB/2014) Maria, Júlia e Carla dividirão R$ 72.000,00 em partes inversamente proporcionais às suas idades. Sabendo que Maria tem 8 anos, Júlia,12 e Carla, 24, determine quanto receberá quem ficar com a maior parte da divisão.
(A) R$ 36.000,00
(B) R$ 60.000,00
(C) R$ 48.000,00
(D) R$ 24.000,00
(E) R$ 30.000,00

Resolução:

$$\frac{\frac{M}{1}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{J}{1}}{\frac{1}{12}} = \frac{\frac{C}{1}}{\frac{1}{24}} = \frac{\frac{M+J+C}{1}}{\frac{3+2+1}{24}} = \frac{\frac{72000}{1}}{\frac{6}{24}} = \frac{72000\ .24}{6\ .1} = 72000\ .\ 4\ = 288000$$

Resposta: A.

A maior parte ficará para a mais nova (grandeza inversamente proporcional).
Assim:

$$\frac{8.\,M}{1} = 288000$$

8.M = 288 000
M = 288 000 / 8
M = R$ 36 000,00
M + J + C = 72000

PORCENTAGEM.

PORCENTAGEM

São chamadas de r*azões centesimais* ou *taxas percentuais* ou simplesmente de *porcentagem*, as razões de denominador 100, ou seja, que representam a centésima parte de uma grandeza. Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo **%.** (Lê-se: "por cento").

$$\frac{x}{100} = x\,\%$$

Exemplo: (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP) O departamento de Contabilidade de uma empresa tem 20 funcionários, sendo que 15% deles são estagiários. O departamento de Recursos Humanos tem 10 funcionários, sendo 20% estagiários. Em relação ao total de funcionários desses dois departamentos, a fração de estagiários é igual a

(A) 1/5.
(B) 1/6.
(C) 2/5.
(D) 2/9.
(E) 3/5.

Resolução:

* <u>Dep. Contabilidade</u>: $\frac{15}{100}.20 = \frac{30}{10} = 3$ ➔ 3 (estagiários)

* <u>Dep. R.H.</u>: $\frac{20}{100}.10 = \frac{200}{100} = 2$ ➔ 2 (estagiários)

$$*\,Total = \frac{números\ estagiários}{números\ de\ funcionários} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Resposta: B.

<u>Lucro e Prejuízo em porcentagem</u>

É a diferença entre o preço de venda e o preço de custo. Se a diferença for POSITIVA, temos o **LUCRO (L)**, caso seja NEGATIVA, temos **PREJUÍZO (P).**

Logo: Lucro (L) = Preço de Venda (V) – Preço de Custo (C).

Lucro sobre o valor de compra (Pc)

$$Pc = \frac{C - V}{C}$$

Lucro sobre o valor de venda (Pv)

$$Pv = \frac{C - V}{V}$$

Exemplo: (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) O preço de venda de um produto, descontado um imposto de 16% que incide sobre esse mesmo preço, supera o preço de compra em 40%, os quais constituem o lucro líquido do vendedor. Em quantos por cento, aproximadamente, o preço de venda é superior ao de compra?

(A) 67%.
(B) 61%.
(C) 65%.
(D) 63%.
(E) 69%.

Resolução:

Preço de venda: V
Preço de compra: C
V – 0,16V = 1,4C
0,84V = 1,4C

$$\frac{V}{C} = \frac{1{,}4}{0{,}84} = 1{,}67$$

O preço de venda é 67% superior ao preço de compra.

Resposta: A.

Aumento e Desconto em porcentagem

- Aumentar um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por

$$\mathbf{(1+\frac{p}{100}).V}$$.

Logo:

$$\mathbf{V_A = (1+\frac{p}{100}).V}$$

- Diminuir um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por

$$\mathbf{(1-\frac{p}{100})}.V.$$

Logo:

$$\mathbf{V_D = (1-\frac{p}{100}).V}$$

Fator de multiplicação

É o valor final de **(** $1+\frac{p}{100}$ **)** ou **(** $1-\frac{p}{100}$ **)**, é o que chamamos de **fator de multiplicação**, muito útil para resolução de cálculos de porcentagem. O mesmo pode ser um **acréscimo** ou **decréscimo** no valor do produto.

Acréscimo ou Lucro	➔	Fator de Multiplicação
1 %	➔	1,01
5 %	➔	1,05
10 %	➔	1,10
15 %	➔	1,15
37 %	➔	1,37
100 %	➔	2,00
185 %	➔	2,85

Prejuízo ou Desconto	➔	Fator de Multiplicação
1 %	➔	0,99
5 %	➔	0,95
10 %	➔	0,90
25 %	➔	0,75
37 %	➔	0,63
50 %	➔	0,50
80 %	➔	0,20

Aumentos e Descontos sucessivos em porcentagem

São valores que aumentam ou diminuem sucessivamente. Para efetuar os respectivos descontos ou aumentos, fazemos uso dos fatores de multiplicação. Basta multiplicarmos o Valor pelo fator de multiplicação (acréscimo e/ou decréscimo).

Exemplo: Certo produto industrial que custava R$ 5.000,00 sofreu um acréscimo de 30% e, em seguida, um desconto de 20%. Qual o preço desse produto após esse acréscimo e desconto?

Resolução:
V_A =5000 .(1,3) = 6500 e
V_D = 6500 .(0,80) = 5200, podemos, para agilizar os cálculos, juntar tudo em uma única equação:

5000 . 1,3 . 0,8 = 5200
Logo o preço do produto após o acréscimo e desconto é de R$ 5.200,00

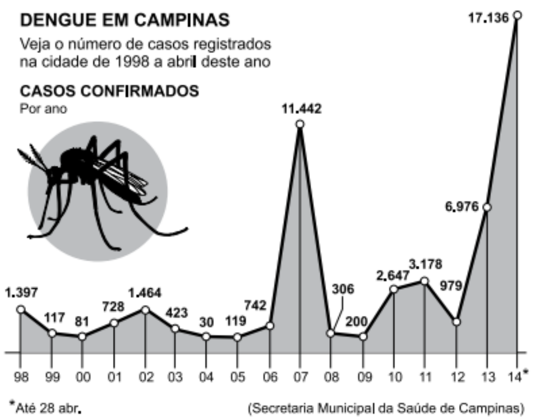
REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA.

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **REGRA DE TRÊS SIMPLES**.

FICA A DICA
- Duas grandezas são DIRETAMENTE PROPORCIONAIS quando ao aumentarmos/diminuirmos uma a outra também aumenta/diminui.
- Duas grandezas são INVERSAMENTE PROPORCIONAIS quando ao aumentarmos uma a outra diminui e vice-versa.

Exemplos:
01. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Em 3 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre o número de casos de dengue na cidade de Campinas.



De acordo com essas informações, o número de casos registrados na cidade de Campinas, até 28 de abril de 2014, teve um aumento em relação ao número de casos registrados em 2007, aproximadamente, de

(A) 70%.
(B) 65%.
(C) 60%.
(D) 55%.
(E) 50%.

Resolução:
Utilizaremos uma regra de três simples:
ano %
11442------- 100
17136------- x
11442.x = 17136 . 100 x = 1713600 / 11442 = 149,8% (aproximado)
149,8% – 100% = 49,8%
Aproximando o valor, teremos 50%
Resposta: E.

02. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB) Numa transportadora, 15 caminhões de mesma capacidade transportam toda a carga de um galpão em quatro horas. Se três deles quebrassem, em quanto tempo os outros caminhões fariam o mesmo trabalho?

(A) 3 h 12 min
(B) 5 h
(C) 5 h 30 min
(D) 6 h
(E) 6 h 15 min

Resolução:
Vamos utilizar uma Regra de Três Simples Inversa, pois, quanto menos caminhões tivermos, mais horas demorará para transportar a carga:
Caminhões horas
15 ---------------- 4
(15 – 3) ------------- x
12.x = 4 . 15
x = 60 / 12
x = 5 h
Resposta: B.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

Chamamos de **REGRA DE TRÊS COMPOSTA**, problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais.

Exemplos:
01. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

(A) 8 horas e 15 minutos.
(B) 9 horas.
(C) 7 horas e 45 minutos.
(D) 7 horas e 30 minutos.
(E) 5 horas e 30 minutos.

Resolução:
Comparando- se cada grandeza com aquela onde esta o x.
M²↑ varredores↓ horas↑
6000--------------18--------------5
7500--------------15--------------- x

Quanto mais a área, mais horas (diretamente proporcionais)
Quanto menos trabalhadores, mais horas (inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x}=\frac{6000}{7500}\cdot\frac{15}{18}$$

$$6000\cdot 15\cdot x=5\cdot 7500\cdot 18$$
$$90000x=675000$$
$$x=7{,}5\ horas$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos, logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.
Resposta: D.

02. (PREF. CORBÉLIA/PR – CONTADOR – FAUEL) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

(A) 4500 m²
(B) 5000 m²
(C) 5200 m²
(D) 6000 m²
(E) 6200 m²

Resolução:
Operários↑horas↑ dias↑ área↑
20-----------------8-------------60-------4800
15----------------10------------80--------x

Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

$$\frac{4800}{x}=\frac{20}{15}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{60}{80}$$

$$20\cdot 8\cdot 60\cdot x=4800\cdot 15\cdot 10\cdot 80$$
$$9600x=57600000$$
$$x=6000m^2$$

Resposta: D.

MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLES E PONDERADA.

Média Aritmética

Ela se divide em:

- Simples: é a **soma de todos os seus elementos**, dividida pelo **número de elementos *n*.**

*Para o **cálculo**:*

Se x for a média aritmética dos elementos do conjunto numérico *A* = {x_1; x_2; x_3; ...; x_n}, então, por definição:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

Exemplo: (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP) Na festa de seu aniversário em 2014, todos os sete filhos de João estavam presentes. A idade de João nessa ocasião representava 2 vezes a média aritmética da idade de seus filhos, e a razão entre a soma das idades deles e a idade de João valia

(A) 1,5.
(B) 2,0.
(C) 2,5.
(D) 3,0.
(E) 3,5.

Resolução:

Foi dado que: J = 2.M

$$J = \frac{a+b+\cdots+g}{7} = 2.M \quad (\text{ I })$$

Foi pedido: $\frac{a+b+\cdots+g}{J} = ?$

Na equação (I), temos que:

$$7 = \frac{a+b+\cdots+g}{J}$$

$$\frac{7}{2} = \frac{a+b+\cdots+g}{M}$$

$$\frac{a+b+\cdots+g}{M} = 3{,}5$$

Resposta: E.

- Ponderada: é a **soma dos produtos de cada elemento multiplicado pelo respectivo peso, dividida pela soma dos pesos.**

Para o cálculo

$$x = \frac{P_1.x_1;\ P_2x_2;\ P_3x_3;\ \ldots;\ P_nx_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n}$$

A palavra média, sem especificações (aritmética ou ponderada), deve ser entendida como média aritmética.

Exemplo: (CÂMARA MUNICIPAL DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO/SP – Programador de Computador – FIP) A média semestral de um curso é dada pela média ponderada de três provas com peso igual a 1 na primeira prova, peso 2 na segunda prova e peso 3 na terceira. Qual a média de um aluno que tirou 8,0 na primeira, 6,5 na segunda e 9,0 na terceira?

(A) 7,0
(B) 8,0
(C) 7,8
(D) 8,4
(E) 7,2

Resolução:

Na média ponderada multiplicamos o peso da prova pela sua nota e dividimos pela soma de todos os pesos, assim temos:

$$MP = \frac{8.1 + 6{,}5.2 + 9.3}{1+2+3} = \frac{8+13+27}{6} = \frac{48}{6} = 8{,}0$$

Resposta: B.

Média geométrica

É definida, para números positivos, como a raiz n-ésima do produto de n elementos de um conjunto de dados.

$$M_G = \sqrt[n]{x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3 \,.\ldots.\, x_n}$$

Aplicações

Como o próprio nome indica, a média geométrica sugere interpretações geométricas. Podemos calcular, por exemplo, o lado de um quadrado que possui a mesma área de um retângulo, usando a definição de média geométrica.

Exemplo: A média geométrica entre os números 12, 64, 126 e 345, é dada por:

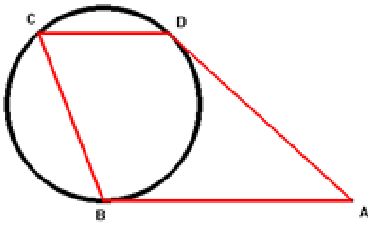
G = R4[12 ×64×126×345] = 76,013

Média harmônica

Corresponde a quantidade de números de um conjunto divididos pela soma do inverso de seus termos. Embora pareça complicado, sua formulação mostra que também é muito simples de ser calculada:

$$H = \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_p}}{n}$$

Exemplo: Na figura abaixo os segmentos AB e DA são tangentes à circunferência determinada pelos pontos B, C e D. Sabendo-se que os segmentos AB e CD são paralelos, pode-se afirmar que o lado BC é:

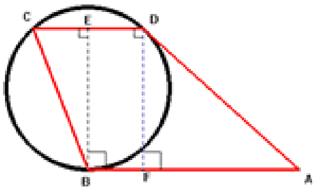


(A) a média aritmética entre AB e CD.
(B) a média geométrica entre AB e CD.
(C) a média harmônica entre AB e CD.
(D) o inverso da média aritmética entre AB e CD.
(E) o inverso da média harmônica entre AB e CD.

Resolução:

Sendo AB paralela a CD, se traçarmos uma reta perpendicular a AB, esta será perpendicular a CD também.

Traçamos então uma reta perpendicular a AB, passando por B e outra perpendicular a AB passando por D:



Sendo BE perpendicular a AB temos que BE irá passar pelo centro da circunferência, ou seja, podemos concluir que o ponto E é ponto médio de CD.

Agora que ED é metade de CD, podemos dizer que o comprimento AF vale AB-CD/2.

Aplicamos Pitágoras no triângulo ADF:

$$\left(AB-\frac{CD}{2}\right)^2+(BE)^2=(AD)^2$$

(1) $(AB)^2-(AB)(CD)+\left(\frac{CD}{2}\right)^2+(BE)^2=(AD)^2$

Aplicamos agora no triângulo ECB:

(2) $\left(\frac{CD}{2}\right)^2+(BE)^2=(BC)^2$

Agora diminuímos a equação (1) da equação (2):

$$(AB)^2-(AB)(CD)=(AD)^2-(BC)^2$$

Note, no desenho, que os segmentos AD e AB possuem o mesmo comprimento, pois são tangentes à circunferência. Vamos então substituir na expressão acima AD = AB:

$$(AB)^2-(AB)(CD)=(AB)^2-(BC)^2$$

$$(AB)(CD)=(BC)^2$$

$$(BC)=\sqrt{(AB)(CD)}$$

Ou seja, BC é a média geométrica entre AB e CD.

Resposta: B.

JURO SIMPLES.

JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

<u>**Juros simples (ou capitalização simples)**</u>

Os juros são determinados tomando como base de cálculo o capital da operação, e o total do juro é devido ao credor (aquele que empresta) no final da operação. Devemos ter em mente:

- Os juros são representados pela letra **J***.
- O dinheiro que se deposita ou se empresta chamamos de capital e é representado pela letra ***C (capital)*** ou ***P(principal)*** ou ***VP*** ou ***PV (valor presente)*** *.
- O tempo de depósito ou de empréstimo é representado pela letra ***t*** ou ***n***.*
- A taxa de juros é a razão centesimal que incide sobre um capital durante certo tempo. É representado pela letra ***i*** e utilizada para calcular juros.

**Varia de acordo com a bibliografia estudada.*

ATENÇÃO: Devemos sempre relacionar a taxa e o tempo na mesma unidade para efetuarmos os cálculos.

Usamos a seguinte fórmula:

$$\boxed{j = c \cdot i \cdot t}$$

j – juros
c – capital
i – taxa
t – tempo

Em juros simples:
- O capital cresce linearmente com o tempo;
- O capital cresce a uma progressão aritmética de razão: J=C.i
- A <u>taxa</u> **i** e o <u>tempo</u> **t** devem ser expressos na <u>mesma unidade</u>.
- Devemos expressar a taxa **i** na forma decimal.
- M**ontante** (**M**) ou **FV (valor futuro)** é a soma do capital com os juros, ou seja:

M = C + J
M = C.(1+i.t)

Exemplo: (PRODAM/AM – Assistente – FUNCAB) Qual é o capital que, investido no sistema de juros simples e à taxa mensal de 2,5 %, produzirá um montante de R$ 3.900,00 em oito meses?

(A) R$ 1.650,00
(B) R$ 2.225,00
(C) R$ 3.250,00
(D) R$ 3.460,00
(E) R$ 3.500,00

Resolução:

Montante = Capital + juros, ou seja: j = M – C , que fica: j = 3900 – C(I)

Agora, é só substituir (I) na fórmula do juros simples:

$$j = \frac{C.i.t}{100}$$

$$3900 - C = \frac{C.2{,}5.8}{100}$$

390000 – 100.C = 2,5 . 8 . C
– 100.C – 20.C = – 390000 . (– 1)
120.C = 390000
C = 390000 / 120
C = R$ 3250,00

Resposta: C.

<u>Juros compostos (capitalização composta)</u>: a taxa de juros incide sobre o capital de cada período. Também conhecido como "juros sobre juros".

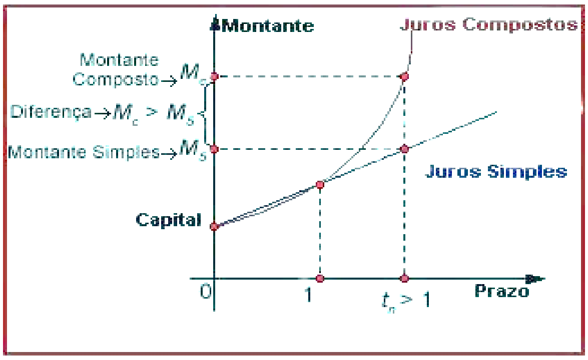
Usamos a seguinte fórmula:

$$M = C * (1+i)^t, \text{ onde:}$$

M: montante
C: capital
i: taxa de juros
t: tempo de aplicação

O **$(1+i)^t$** ou **$(1+i)^n$** é chamado de fator de acumulação de capital.

ATENÇÃO: as unidades de tempo referentes à taxa de juros (i) e do período (t), tem de ser necessariamente iguais.



O crescimento do **principal** (capital) em:
- juros simples é LINEAR, CONSTANTE;
- juros compostos é EXPONENCIAL, GEOMÉTRICO e, portanto tem um crescimento muito mais "rápido";

Observe no gráfico que:
- O **montante** após 1º tempo é igual tanto para o regime de **juros simples** como para **juros compostos**;
- **Antes** do 1º tempo o **montante** seria **maior** no regime **de juros simples**;
- **Depois** do 1º tempo o **montante** seria **maior** no regime de **juros compostos**.

Exemplo: (Pref. Guarujá/SP – SEDUC – Professor de Matemática – CAIPIMES) Um capital foi aplicado por um período de 3 anos, com taxa de juros compostos de 10% ao ano. É correto afirmar que essa aplicação rendeu juros que corresponderam a, exatamente:

(A) 30% do capital aplicado.
(B) 31,20% do capital aplicado.
(C) 32% do capital aplicado.
(D) 33,10% do capital aplicado.

Resolução:

10% = 0,1
$M = C.(1+i)^t$
$M = C.(1+0{,}1)^3$
$M = C.(1{,}1)^3$
$M = 1{,}331.C$
Como, M = C + j , ou seja , j = M – C , temos:
j = 1,331.C – C = 0,331 . C
0,331 = 33,10 / 100 = 33,10%

Resposta: D.

<u>Juros Compostos utilizando Logaritmos</u>

Algumas questões que envolvem juros compostos, precisam de conceitos de logaritmos, principalmente aquelas as quais precisamos achar o tempo/prazo. Normalmente as questões informam os valores do logaritmo, então não é necessário decorar os valores da tabela.

Exemplo: (FGV-SP) Uma aplicação financeira rende juros de 10% ao ano, compostos anualmente. Utilizando para cálculos a aproximação de , pode-se estimar que uma aplicação de R$ 1.000,00 seria resgatada no montante de R$ 1.000.000,00 após:

(A) Mais de um século.
(B) 1 século
(C) 4/5 de século
(D) 2/3 de século
(E) ¾ de século

Resolução:

A fórmula de juros compostos é $M = C(1 + i)^t$ e do enunciado temos que M = 1.000.000, C = 1.000, i = 10% = 0,1:
$1.000.000 = 1.000(1 + 0{,}1)^t$

$$\frac{1.000.000}{1.000} = (1{,}1)^t$$

$(1{,}1)^t = 1.000$ (agora para calcular t temos que usar logaritmo no dois lados da equação para pode utilizar a propriedade $\log_a N^m = m.\log_a N$, o expoente m passa multiplicando)

$$\log(1{,}1)^t = \log 1.000$$

t. $\log 1{,}1 = \log 10^3$ (lembrando que $1000 = 10^3$ e que o logaritmo é de base 10)

t.0,04 = 3

$$t = \frac{3}{0{,}04} = \frac{3}{4.10^{-2}} = \frac{3}{4}.10^2$$

$t = \frac{3}{4}.100$ anos, portanto, ¾ de século.

Resposta: E.

EQUAÇÃO DO 1.º E 2.º GRAUS.

EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

Equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade e uma incógnita ou variável (x, y, z,...).

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

As equações do primeiro grau são aquelas que podem ser representadas sob a forma **ax + b = 0**, em que **a** e **b** são constantes reais, com a diferente de 0, e x é a variável. A resolução desse tipo de equação é fundamentada nas propriedades da igualdade descritas a seguir.

Adicionando um mesmo número a ambos os membros de uma equação, ou subtraindo um mesmo número de ambos os membros, a igualdade se mantém.

Dividindo ou multiplicando ambos os membros de uma equação por um mesmo número não-nulo, a igualdade se mantém.

<u>**Membros de uma equação**</u>

Numa equação a expressão situada à esquerda da igualdade é chamada de 1º membro da equação, e a expressão situada à direita da igualdade, de 2º membro da equação.

$$\underbrace{-3x + 12}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{2x - 9}_{2^\circ \text{ membro}}$$

<u>**Resolução de uma equação**</u>

Colocamos no primeiro membro os termos que apresentam variável, e no segundo membro os termos que não apresentam variável. Os termos que mudam de membro têm os sinais trocados.

5x – 8 = 12 + x
5x – x = 12 + 8
4x = 20
X = 20/4
X = 5

Ao substituirmos o valor encontrado de x na equação obtemos o seguinte:

5x – 8 = 12 + x
5.5 – 8 = 12 + 5
25 – 8 = 17
17 = 17 (V)

Quando se passa de um membro para o outro se usa a operação inversa, ou seja, o que está multiplicando passa dividindo e o que está dividindo passa multiplicando. O que está adicionando passa subtraindo e o que está subtraindo passa adicionando.

Exemplo: (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB) Um grupo formado por 16 motoristas organizou um churrasco para suas famílias. Na semana do evento, seis deles desistiram de participar. Para manter o churrasco, cada um dos motoristas restantes pagou R$ 57,00 a mais.

O valor total pago por eles, pelo churrasco, foi:

(A) R$ 570,00
(B) R$ 980,50
(C) R$ 1.350,00
(D) R$ 1.480,00
(E) R$ 1.520,00

Resolução:

Vamos chamar de (***x***) o valor para cada motorista. Assim:
16 . x = Total
Total = 10 . (x + 57)   (pois 6 desistiram)
Combinando as duas equações, temos:
16.x = 10.x + 570
16.x – 10.x = 570
6.x = 570
x = 570 / 6
x = 95
O valor total é: 16 . 95 = R$ 1520,00.
Resposta: E.

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

As equações do segundo grau são aquelas que podem ser representadas sob a forma **ax² + bx +c = 0**, em que **a, b** e **c** são constantes reais, com **a** diferente de 0, e x é a variável.

<u>**Equação completa e incompleta**</u>

1) Quando *b* ≠ 0 e *c* ≠ 0, a equação do 2º grau se diz **completa**.

Ex.: x^2 - 7x + 11 = 0= 0 é uma equação completa (a = 1, b = – 7, c = 11).

2) Quando *b* = 0 ou *c* = 0 ou *b* = *c* = 0, a equação do 2º grau se diz **incompleta**.

Exs.:
x^2 - 81 = 0 é uma equação incompleta (b=0).
x^2 +6x = 0 é uma equação incompleta (c = 0).
2x² = 0 é uma equação incompleta (b = c = 0).

<u>**Resolução da equação**</u>

1º) A equação é da forma **ax² + bx = 0 (incompleta)**

x^2 – 16x = 0 → colocamos x em evidência
x . (x – 16) = 0,
x = 0
x – 16 = 0
x = 16
Logo, S = {0, 16} e os números 0 e 16 são as raízes da equação.

2º) A equação é da forma **ax² + c = 0 (incompleta)**

x^2 – 49= 0 → Fatoramos o primeiro membro, que é uma diferença de dois quadrados.

(x + 7) . (x – 7) = 0,
x + 7 = 0   x – 7 = 0
x = – 7   x = 7
ou
x^2 – 49 = 0
x^2 = 49
x^2 = 49
x = 7, (aplicando a segunda propriedade).
Logo, S = {–7, 7}.

3º) A equação é da forma **ax² + bx + c = 0 (completa)**

Para resolvê-la usaremos a formula de Bháskara.

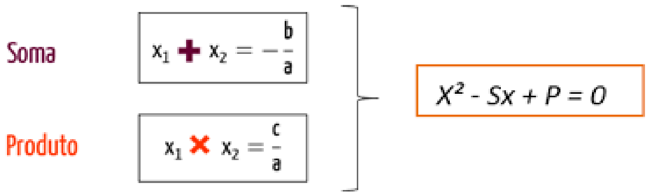
$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad onde \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Conforme o valor do discriminante Δ existem três possibilidades quanto á natureza da equação dada.

$$\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow \ \textit{Existem duas raizes reais e desiguais} \\ \Delta = 0 \rightarrow \ \textit{Existem duas raizes reais e iguais} \\ \Delta < 0 \rightarrow \ \textit{Existem duas raizes complexas da forma } \alpha \pm \beta\sqrt{-1} \end{cases}$$

Quando ocorre a última possibilidade é costume dizer-se que não existem raízes reais, pois, de fato, elas não são reais já que não existe, no conjunto dos números reais, √a quando a < 0.

<u>**Relações entre raízes e coeficientes**</u>



Exemplo: (CÂMARA DE CANITAR/SP – RECEPCIONISTA – INDEC) Qual a equação do 2º grau cujas raízes são 1 e 3/2?

(A) x^2-3x+4=0
(B) -3x^2-5x+1=0
(C) 3x^2+5x+2=0
(D) 2x^2-5x+3=0

Resolução:
Como as raízes foram dadas, para saber qual a equação:
x^2 - Sx +P=0, usando o método da soma e produto; S= duas raízes somadas resultam no valor numérico de *b*; e P= duas raízes multiplicadas resultam no valor de *c.*

$$S = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} = b$$

$$P = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = c\ ; substituindo$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

Resposta: D.

INEQUAÇÃO DO 1º GRAU

Uma inequação do 1° grau na incógnita x é qualquer expressão do 1° grau que pode ser escrita numa das seguintes formas:

ax + b > 0;
ax + b < 0;
ax + b ≥ 0;
ax + b ≤ 0.
Onde a, b são números reais com a ≠ 0.

<u>**Resolvendo uma inequação de 1° grau**</u>

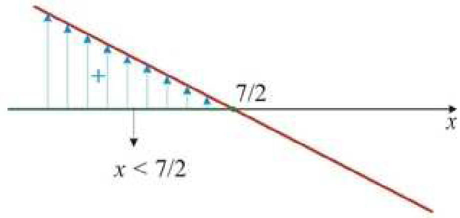
Uma maneira simples de resolver uma equação do 1° grau é isolarmos a incógnita x em um dos membros da igualdade. O método é bem parecido com o das equações. Ex.:
Resolva a inequação -2x + 7 > 0.
Solução:
-2x > -7
Multiplicando por (-1)
2x < 7
x < 7/2
Portanto a solução da inequação é x < 7/2.

FIQUE ATENTO: Toda vez que "x" tiver valor negativo, devemos multiplicar por (-1), isso faz com que o símbolo da desigualdade tenha o seu sentido invertido.

Pode-se resolver qualquer inequação do 1° grau por meio do estudo do sinal de uma função do 1° grau, com o seguinte procedimento:

1. Iguala-se a expressão ax + b a zero;
2. Localiza-se a raiz no eixo x;
3. Estuda-se o sinal conforme o caso.

Pegando o exemplo anterior temos:
-2x + 7 > 0
-2x + 7 = 0
x = 7/2



Exemplo: (SEE/AC – Professor de Ciências da Natureza Matemática e suas Tecnologias – FUNCAB) Determine os valores de que satisfazem a seguinte inequação:

$$\frac{3x}{2} + 2 \le \frac{x}{2} - 3$$

(A) x > 2
(B) x - 5
(C) x > - 5
(D) x < 2
(E) x 2

Resolução:

$$\frac{3x}{2} + 2 \le \frac{x}{2} - 3$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{x}{2} \le -3 - 2$$

$$\frac{2x}{2} \le -5$$

$$x \le -5$$

Resposta: B.

INEQUAÇÃO DO 2º GRAU

Chamamos de inequação da 2º toda desigualdade pode ser representada da seguinte forma:

ax² + bx + c > 0 ,
ax² + bx + c < 0 ,
ax² + bx + c ≥ 0
ax² + bx + c ≤ 0

Onde a, b e c são números reais com a ≠ 0.

Resolução da inequação

Para resolvermos uma inequação do 2º grau, utilizamos o estudo do sinal. As inequações são representadas pelas desigualdades: > , ≥ , < , ≤.

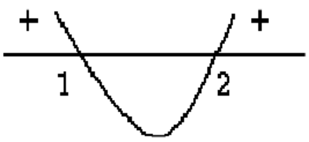
Ex.: x2 -3x + 2 > 0

Resolução:

x^2 -3x + 2 > 0

x ' =1, x '' = 2

Como desejamos os valores para os quais a função é maior que zero devemos fazer um esboço do gráfico e ver para quais valores de x isso ocorre.



Vemos, que as regiões que tornam positivas a função são: x<1 e x>2. Resposta: { x|R| x<1 ou x>2}

Exemplo: (VUNESP) O conjunto solução da inequação $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$, no universo dos números reais é:

(A) Ø

(B) R

(C) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

(D) $\left\{x \in R | x \geq \frac{1}{3}\right\}$

(E) $\left\{x \in R | x \neq \frac{1}{3}\right\}$

Resolução:

Resolvendo por Bháskara:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4.9.1$$

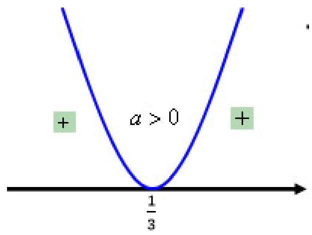
$$\Delta = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2.9}$$

$x = \frac{6 \pm 0}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ (delta igual a zero, duas raízes iguais)

Fazendo o gráfico, a > 0 parábola voltada para cima:



S = $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

Resposta: C.

SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU.

SISTEMA DO 1º GRAU

Um sistema de equação de 1º grau com duas incógnitas é formado por: duas equações de 1º grau com duas incógnitas diferentes em cada equação. Veja um exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Resolução de sistemas

Existem dois métodos de resolução dos sistemas. Vejamos:

Método da substituição: consiste em escolher uma das duas equações, isolar uma das incógnitas e substituir na outra equação, veja como:

Dado o sistema $\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$, enumeramos as equações.

$$\begin{cases} x + y = 20 & 1 \\ 3x + 4y = 72 & 2 \end{cases}$$

Escolhemos a equação 1 (pelo valor da incógnita de x ser 1) e isolamos x. Teremos: x = 20 – y e substituímos na equação 2.

3 (20 – y) + 4y = 72, com isso teremos apenas 1 incógnita. Resolvendo:

60 – 3y + 4y = 72 → -3y + 4y = 72 -60 → y = 12

Para descobrir o valor de x basta substituir 12 na equação x = 20 – y. Logo:

x = 20 – y → x = 20 – 12 →x = 8

Portanto, a solução do sistema é S = (8, 12)

Método da adição

Esse método consiste em adicionar as duas equações de tal forma que a soma de uma das incógnitas seja zero. Para que isso aconteça será preciso que multipliquemos algumas vezes as duas equações ou apenas uma equação por números inteiros para que a soma de uma das incógnitas seja zero.

Dado o sistema $\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$:

Para adicionarmos as duas equações e a soma de uma das incógnitas de zero, teremos que multiplicar a primeira equação por – 3.

$$\begin{cases} x + y = 20 \quad (-3) \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Teremos:

$$\begin{cases} -3x - 3y = -60 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações:

$$\begin{array}{rl} & -3x - 3y = -60 \\ + & \underline{3x + 4y = 72} \\ & y = 12 \end{array}$$

Para descobrirmos o valor de x basta escolher uma das duas equações e substituir o valor de y encontrado:

$x + y = 20 \rightarrow x + 12 = 20 \rightarrow x = 20 - 12 \rightarrow x = 8$

Portanto, a solução desse sistema é: S = (8, 12).

Exemplos:

01. (SABESP – APRENDIZ – FCC) Em uma gincana entre as três equipes de uma escola (amarela, vermelha e branca), foram arrecadados 1 040 quilogramas de alimentos. A equipe amarela arrecadou 50 quilogramas a mais que a equipe vermelha e esta arrecadou 30 quilogramas a menos que a equipe branca. A quantidade de alimentos arrecadada pela equipe vencedora foi, em quilogramas, igual a

(A) 310
(B) 320
(C) 330
(D) 350
(E) 370

Resolução:
Amarela: x
Vermelha: y
Branca: z
x = y + 50
y = z - 30
z = y + 30

$$\begin{cases} x + y + z = 1040 \\ x = y + 50 \\ z = y + 30 \end{cases}$$

Substituindo a II e a III equação na I:
y+50+y+y+30=1040
3y=1040-80
y = 320

Substituindo na equação II
x = 320 + 50 = 370
z=320+30=350
A equipe que mais arrecadou foi a amarela com 370kg
Resposta: E.

02. (SABESP – ANALISTA DE GESTÃO I -CONTABILIDADE – FCC) Em um campeonato de futebol, as equipes recebem, em cada jogo, três pontos por vitória, um ponto em caso de empate e nenhum ponto se forem derrotadas. Após disputar 30 partidas, uma das equipes desse campeonato havia perdido apenas dois jogos e acumulado 58 pontos. O número de vitórias que essa equipe conquistou, nessas 30 partidas, é igual a

(A) 12
(B) 14
(C) 16
(D) 13
(E) 15

Resolução:
Vitórias: x
Empate: y
Derrotas: 2
Pelo método da adição temos:

$$\begin{cases} x + y + 2 = 30.(-1) \\ 3x + y = 58 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - y = -28 \\ 3x + y = 58 \end{cases}$$

2x = 30
x = 15

Resposta: E.

SISTEMA DO 2º GRAU

Utilizamos o mesmo princípio da resolução dos sistemas de 1º grau, por adição, substituições, etc. A diferença é que teremos como solução um sistema de pares ordenados.

Sequência prática

- Estabelecer o sistema de equações que traduzam o problema para a linguagem matemática;
- Resolver o sistema de equações;
- Interpretar as raízes encontradas, verificando se são compatíveis com os dados do problema.

Exemplos:

01. (CPTM - Médico do trabalho – Makiyama) Sabe-se que o produto da idade de Miguel pela idade de Lucas é 500. Miguel é 5 anos mais velho que Lucas. Qual a soma das idades de Miguel e Lucas?
(A) 40.
(B) 55.
(C) 65.
(D) 50.
(E) 45.

Resolução:

Sendo Miguel **M** e Lucas **L**:
M.L = 500 (I)
M = L + 5 (II)

substituindo II em I, temos:
(L + 5).L = 500
$L^2 + 5L - 500 = 0$, a = 1, b = 5 e c = - 500
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 5^2 - 4.1.(-500)$
$\Delta = 25 + 2000$
$\Delta = 2025$

$$L = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$L = \frac{-5 \pm \sqrt{2025}}{2.1} = \frac{-5 \pm 45}{2}$$

$$L = \frac{-5+45}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ ou } L = \frac{-5-45}{2} = \frac{-50}{2} = -25$$

esta não convém pois L (idade) tem que ser positivo.

Então L = 20
M.20 = 500
m = 500 : 20 = 25
M + L = 25 + 20 = 45
Resposta: E.

02. (TJ- FAURGS) Se a soma de dois números é igual a 10 e o seu produto é igual a 20, a soma de seus quadrados é igual a:

(A) 30
(B) 40
(C) 50
(D) 60
(E) 80

Resolução:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x.y = 20 \end{cases}$$

Eu quero saber a soma de seus quadrados $x^2 + y^2$

Vamos elevar o x + y ao quadrado:
$(x + y)^2 = (10)^2$
$x^2 + 2xy + y^2 = 100$, como x . y=20 substituímos o valor :
$x^2 + 2.20 + y^2 = 100$
$x^2 + 40 + y^2 = 100$
$x^2 + y^2 = 100 - 40$
$x^2 + y^2 = 60$
Resposta: D.

RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS: TABELAS E GRÁFICOS.

Tabelas

A tabela é a forma não discursiva de apresentar informações, das quais o dado numérico se destaca como informação central. Sua finalidade é apresentar os dados de modo ordenado, simples e de fácil interpretação, fornecendo o máximo de informação num mínimo de espaço.

Elementos da tabela

Uma tabela estatística é composta de elementos essenciais e elementos complementares. Os elementos essenciais são:

– *Título:* é a indicação que precede a tabela contendo a designação do fato observado, o local e a época em que foi estudado.

– *Corpo:* é o conjunto de linhas e colunas onde estão inseridos os dados.

– *Cabeçalho:* é a parte superior da tabela que indica o conteúdo das colunas.

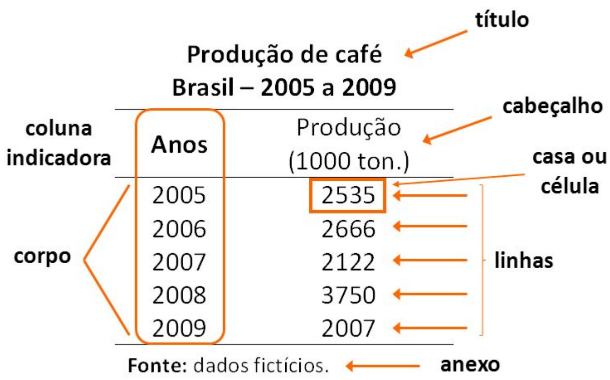
– *Coluna indicadora*: é a parte da tabela que indica o conteúdo das linhas.

Os elementos complementares são:

– *Fonte:* entidade que fornece os dados ou elabora a tabela.

– *Notas:* informações de natureza geral, destinadas a esclarecer o conteúdo das tabelas.

– *Chamadas:* informações específicas destinadas a esclarecer ou conceituar dados numa parte da tabela. Deverão estar indicadas no corpo da tabela, em números arábicos entre parênteses, à esquerda nas casas e à direita na coluna indicadora. Os elementos complementares devem situar-se no rodapé da tabela, na mesma ordem em que foram descritos.



Gráficos

Outro modo de apresentar dados estatísticos é sob uma forma ilustrada, comumente chamada de gráfico. Os gráficos constituem-se numa das mais eficientes formas de apresentação de dados.

Um gráfico é, essencialmente, uma figura construída a partir de uma tabela; mas, enquanto a tabela fornece uma ideia mais precisa e possibilita uma inspeção mais rigorosa aos dados, o gráfico é mais indicado para situações que visem proporcionar uma impressão mais rápida e maior facilidade de compreensão do comportamento do fenômeno em estudo.

Os gráficos e as tabelas se prestam, portanto, a objetivos distintos, de modo que a utilização de uma forma de apresentação não exclui a outra.

Para a confecção de um gráfico, algumas regras gerais devem ser observadas:

Os gráficos, geralmente, são construídos num sistema de eixos chamado sistema cartesiano ortogonal. A variável independente é localizada no eixo horizontal (abscissas), enquanto a variável dependente é colocada no eixo vertical (ordenadas). No eixo vertical, o início da escala deverá ser sempre zero, ponto de encontro dos eixos.

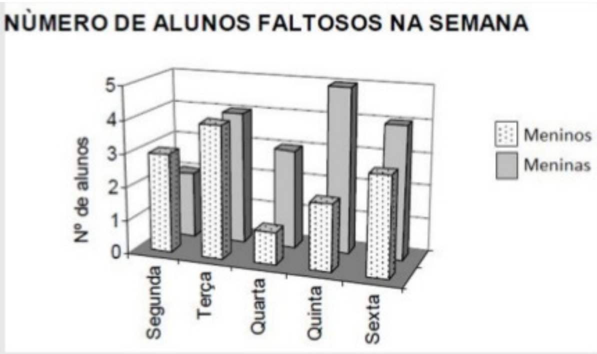
– Iguais intervalos para as medidas deverão corresponder a iguais intervalos para as escalas. Exemplo: Se ao intervalo 10-15 kg corresponde 2 cm na escala, ao intervalo 40-45 kg também deverá corresponder 2 cm, enquanto ao intervalo 40-50 kg corresponderá 4 cm.

– O gráfico deverá possuir título, fonte, notas e legenda, ou seja, toda a informação necessária à sua compreensão, sem auxílio do texto.

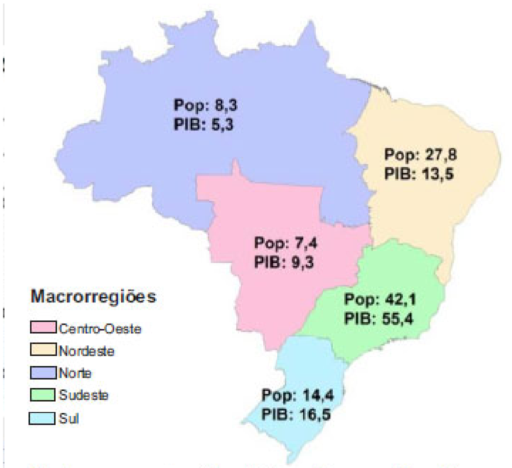
– O gráfico deverá possuir formato aproximadamente quadrado para evitar que problemas de escala interfiram na sua correta interpretação.

Tipos de Gráficos

Estereogramas: **são gráficos onde as grandezas são representadas por volumes.** Geralmente são construídos num sistema de eixos bidimensional, mas podem ser construídos num sistema tridimensional para ilustrar a relação entre três variáveis.

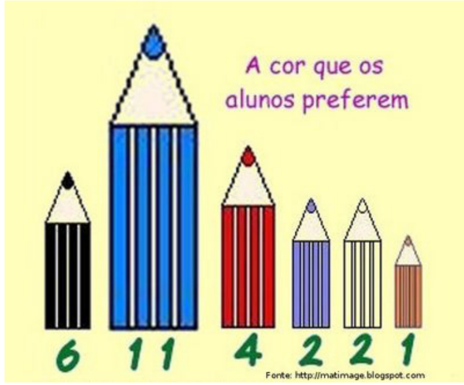


Cartogramas: são representações em cartas geográficas (mapas).



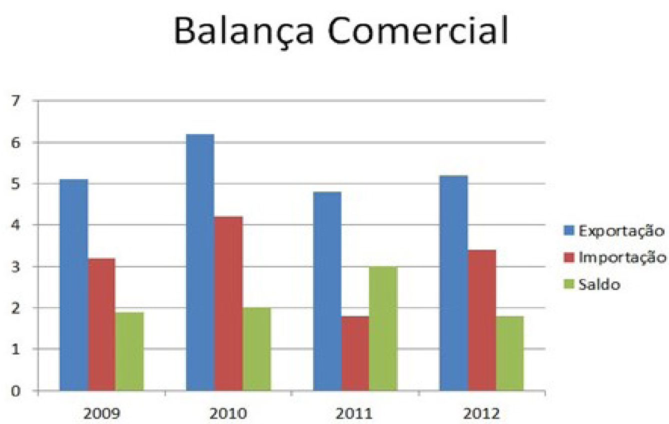
Cartograma – Participação por Região no total da População e do PIB Brasileiro (%) 2010
Elaboração: CGMA/SDR/MI
(Fonte Censo 2010)

Pictogramas ou gráficos pictóricos: são gráficos puramente ilustrativos, construídos de modo a ter grande apelo visual, dirigidos a um público muito grande e heterogêneo. Não devem ser utilizados em situações que exijam maior precisão.

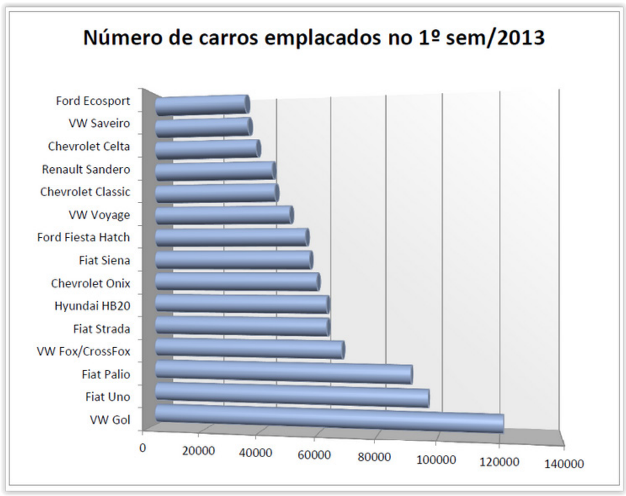


Diagramas: **são gráficos geométricos de duas dimensões, de fácil elaboração e** grande utilização. Podem ser ainda subdivididos em: gráficos de colunas, de barras, de linhas ou curvas e de setores.

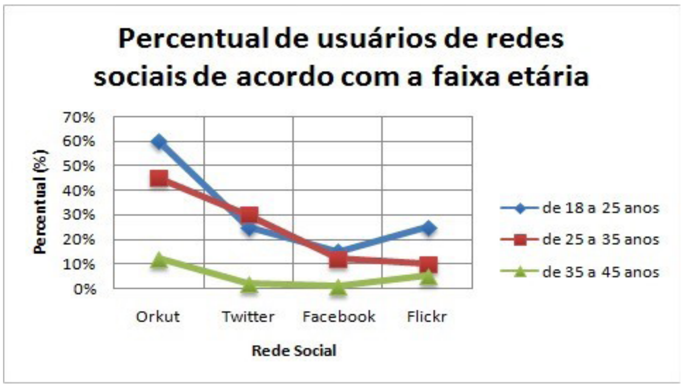
a) Gráfico de colunas: neste gráfico as grandezas são comparadas através de retângulos de mesma largura, dispostos verticalmente e com alturas proporcionais às grandezas. A distância entre os retângulos deve ser, no mínimo, igual a 1/2 e, no máximo, 2/3 da largura da base dos mesmos.



b) Gráfico de barras: segue as mesmas instruções que o gráfico de colunas, tendo a única diferença que os retângulos são dispostos horizontalmente. É usado quando as inscrições dos retângulos forem maiores que a base dos mesmos.



c) Gráfico de linhas ou curvas: neste gráfico os pontos são dispostos no plano de acordo com suas coordenadas, e a seguir são ligados por segmentos de reta. É muito utilizado em séries históricas e em séries mistas quando um dos fatores de variação é o tempo, como instrumento de comparação.

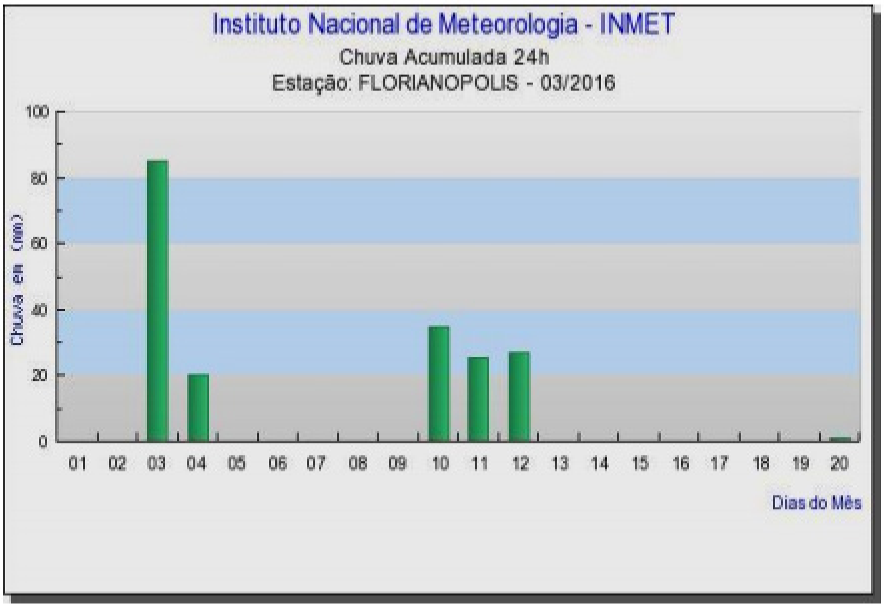


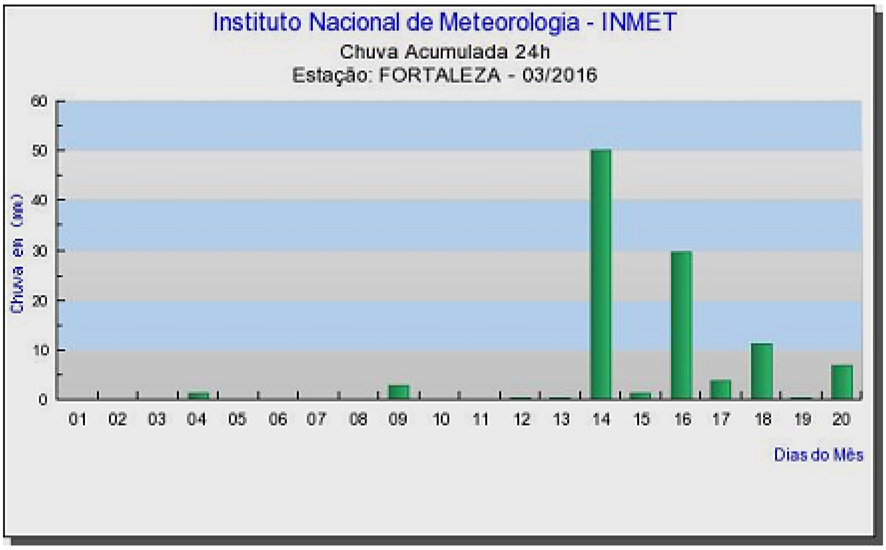
d) Gráfico em setores: é recomendado para situações em que se deseja evidenciar o quanto cada informação representa do total. A figura consiste num círculo onde o total (100%) representa 360°, subdividido em tantas partes quanto for necessário à representação. Essa divisão se faz por meio de uma regra de três simples. Com o auxílio de um transferidor efetuasse a marcação dos ângulos correspondentes a cada divisão.

Exemplo: (Pref. Fortaleza/CE – Pedagogia – Pref. Fortaleza) “Estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações.

Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais” (BRASIL, 1997).

Observe os gráficos e analise as informações.





A partir das informações contidas nos gráficos, é correto afirmar que:
(A)nos dias 03 e 14 choveu a mesma quantidade em Fortaleza e Florianópolis.
(B)a quantidade de chuva acumulada no mês de março foi maior em Fortaleza.
(C)Fortaleza teve mais dias em que choveu do que Florianópolis.
(D) choveu a mesma quantidade em Fortaleza e Florianópolis.

Resolução:
A única alternativa que contém a informação correta com os gráficos é a C.
Resposta: C.

SISTEMAS DE MEDIDAS USUAIS

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

O sistema métrico decimal é parte integrante do Sistema de Medidas. É adotado no Brasil tendo como unidade fundamental de medida o **metro**.

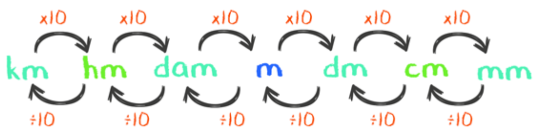
O Sistema de Medidas é um conjunto de medidas usado em quase todo o mundo, visando padronizar as formas de medição.

Medidas de comprimento

Os múltiplos do metro são usados para realizar medição em grandes distâncias, enquanto os submúltiplos para realizar medição em pequenas distâncias.

Múltiplos			Unidade fundamental	Submúltiplos		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	Dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100m	10m	1m	0,1m	0,01m	0,01m

Para transformar basta seguir a tabela seguinte (esta transformação vale para todas as medidas):



Medidas de superfície e área

As unidades de área do sistema métrico correspondem às unidades de comprimento da tabela anterior.

São elas: quilômetro quadrado (km^2), hectômetro quadrado (hm^2), etc. As mais usadas, na prática, são o quilômetro quadrado, o metro quadrado e o hectômetro quadrado, este muito importante nas atividades rurais com o nome de hectare (ha): 1 hm^2 = 1 ha.

No caso das unidades de área, o padrão muda: uma unidade é 100 vezes a menor seguinte e não 10 vezes, como nos comprimentos. Entretanto, consideramos que o sistema continua decimal, porque $100 = 10^2$. A nomenclatura é a mesma das unidades de comprimento acrescidas de quadrado.

Vejamos as relações entre algumas essas unidades que não fazem parte do sistema métrico e as do sistema métrico decimal (valores aproximados):

1 polegada = 25 milímetros
1 milha = 1 609 metros
1 légua = 5 555 metros
1 pé = 30 centímetros

Medidas de Volume e Capacidade

Na prática, são muitos usados o metro cúbico(m^3) e o centímetro cúbico(cm^3).

Nas unidades de volume, há um novo padrão: cada unidade vale 1000 vezes a unidade menor seguinte. Como $1000 = 10^3$, o sistema continua sendo decimal. Acrescentamos a nomenclatura cúbico.

A noção de capacidade relaciona-se com a de volume. A unidade fundamental para medir capacidade é o litro (l); 1l equivale a 1 dm^3.

Medidas de Massa

O sistema métrico decimal inclui ainda unidades de medidas de massa. A unidade fundamental é o grama(g). Assim as denominamos: Kg – Quilograma; hg – hectograma; dag – decagrama; g – grama; dg – decigrama; cg – centigrama; mg – miligrama

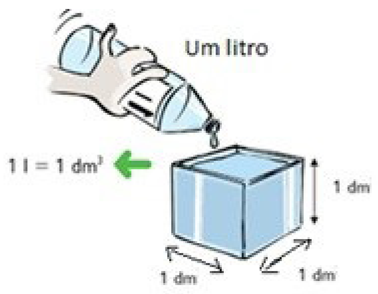
Dessas unidades, só têm uso prático o quilograma, o grama e o miligrama. No dia-a-dia, usa-se ainda a tonelada (t). Medidas Especiais:

1 Tonelada(t) = 1000 Kg
1 Arroba = 15 Kg
1 Quilate = 0,2 g

Em resumo temos:

Medida de	Grandeza	Fator	Múltiplos			Unidade	Submúltiplos		
Capacidade	Litro	10	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
Volume	Metro Cúbico	1000	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
Área	Metro Quadrado	100	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
Comprimento	Metro	10	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Massa	Grama	10	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
			: ← → x	: ← → x	: ← → x	: ← → x	: ← → x	: ← → x	: ← → x

<u>**Relações importantes**</u>



1 kg = 1l = 1 dm^3
1 hm^2 = 1 ha = 10.000m^2
1 m^3 = 1000 l

Exemplos:

01. (CLIN/RJ - Gari e Operador de Roçadeira - COSEAC) Uma peça de um determinado tecido tem 30 metros, e para se confeccionar uma camisa desse tecido são necessários 15 decímetros. Com duas peças desse tecido é possível serem confeccionadas:
(A) 10 camisas
(B) 20 camisas
(C) 40 camisas
(D) 80 camisas

02. **(CLIN/RJ - Gari e Operador de Roçadeira - COSEAC)** Um veículo tem capacidade para transportar duas toneladas de carga. Se a carga a ser transportada é de caixas que pesam 4 quilogramas cada uma, o veículo tem capacidade de transportar no máximo:
(A) 50 caixas
(B) 100 caixas
(C) 500 caixas
(D) 1000 caixas

Resolução:

01. Resposta: C.
Como eu quero 2 peças desse tecido e 1 peça possui 30 metros logo:
30 . 2 = 60 m. Temos que trabalhar com todas na mesma unidade: 1 m é 10dm assim temos 60m . 10 = 600 dm, como cada camisa gasta um total de 15 dm, temos então:
600/15 = 40 camisas.

02. Resposta: C.
Uma tonelada(ton) é 1000 kg, logo 2 ton. 1000kg= 2000 kg
Cada caixa pesa 4kg
2000 kg/ 4kg = 500 caixas.

Adição de tempo

Exemplo: Estela chegou ao 15h 35minutos. Lá, bateu seu recorde de nado livre e fez 1 minuto e 25 segundos. Demorou 30 minutos para chegar em casa. Que horas ela chegou?

15h	35 minutos	
	1 minuto	25 segundos
	30minutos	
15h	66 minutos	25segundos

Não podemos ter 66 minutos, então temos que transferir para as horas, sempre que passamos de um para o outro tem que ser na mesma unidade, temos que passar 1 hora=60 minutos
Então fica: 16h6 minutos 25segundos
Vamos utilizar o mesmo exemplo para fazer a operação inversa.

<u>Subtração</u>
Vamos dizer que sabemos que ela chegou em casa as 16h6 minutos 25 segundos e saiu de casa às 15h 35 minutos. Quanto tempo ficou fora?

1h	60minutos	
~~16h~~	6 minutos	25 segundos
- 15h	35min	

Não podemos tirar 6 de 35, então emprestamos, da mesma forma que conta de subtração.
1hora=60 minutos

15h	66minutos	25seg
15h	35min	
0h	31min	25seg

Multiplicação

Pedro pensou em estudar durante 2h 40 minutos, mas demorou o dobro disso. Quanto tempo durou o estudo?

2h 40min
x2
4h 80minutos
5h 20minutos

Divisão
5h 20 minutos :2

5h 20 min	2
1h 20min	2h 40min
80min	
0	

1h 20 minutos, transformamos para minutos :60+20=80minutos

Exemplo:

1. (CÂMARA DE SUMARÉ – Escriturário – VUNESP/2017) Renata foi realizar exames médicos em uma clínica. Ela saiu de sua casa às 14h 45 min e voltou às 17h 15 min. Se ela ficou durante uma hora e meia na clínica, então o tempo gasto no trânsito, no trajeto de ida e volta, foi igual a
(A) 1/2h.
(B) 3/4h.
(C) 1h.
(D) 1h 15min.
(E) 1 1/2h.

Resposta: C.
Como ela ficou 1hora e meia na clínica o trajeto de ida e volta demorou 1 hora.

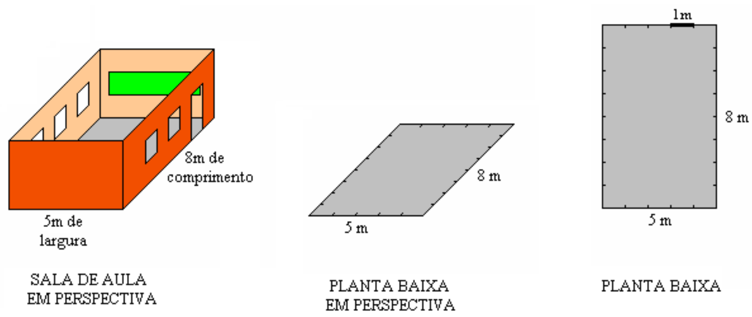
NOÇÕES DE GEOMETRIA: FORMA, PERÍMETRO, ÁREA, VOLUME, ÂNGULO, TEOREMA DE PITÁGORAS.

GEOMETRIA PLANA

Aqui nos deteremos a conceitos mais cobrados como perímetro e área das principais figuras planas. O que caracteriza a geometria plana é o estudo em duas dimensões.

__**Perímetro**__

É a soma dos lados de uma figura plana e pode ser representado por **P** ou **2p**, inclusive existem umas fórmulas de geometria que aparece **p** que é o semiperímetro (metade do perímetro). Basta observamos a imagem:



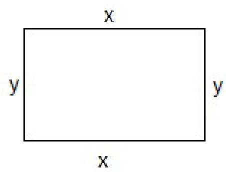
Observe que a planta baixa tem a forma de um retângulo.

Exemplo: (CPTM - Médico do trabalho – MAKIYAMA) Um terreno retangular de perímetro 200m está à venda em uma imobiliária. Sabe-se que sua largura tem 28m a menos que o seu comprimento. Se o metro quadrado cobrado nesta região é de R$ 50,00, qual será o valor pago por este terreno?

(A) R$ 10.000,00.
(B) R$ 100.000,00.
(C) R$ 125.000,00.
(D) R$ 115.200,00.
(E) R$ 100.500,00.

Resolução:

Pelo enunciado temos:



$x + x + y + y = 28$

$2x + 2y = 28 \quad (2)$

$x + y = 14\ (I)$

$y = \frac{3.x}{4}$ (II), substituindo (II) em (I)

$$x + \frac{3.x}{4} = 14$$

$$\frac{4x+3x}{4} = \frac{56}{4}$$

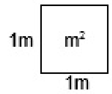
$$7x = 56$$

$$x = \frac{56}{7} = 8$$

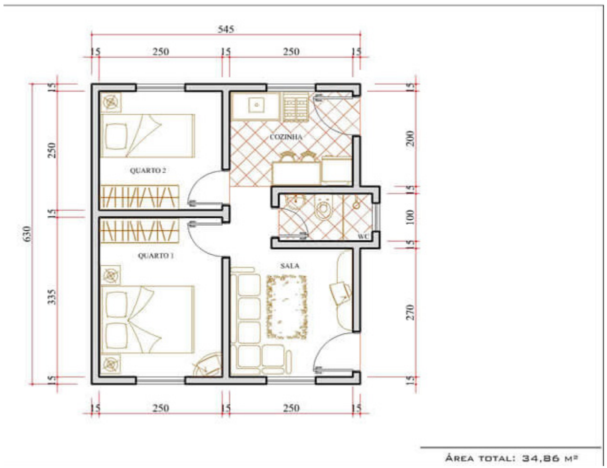
$$y = \frac{3.8}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

Assim, os lados medem 6 cm e 8 cm.
Resposta: D.

<u>Área</u>
É a medida de uma superfície. Usualmente a unidade básica de área é o m² (metro quadrado). Que equivale à área de um quadrado de 1 m de lado.

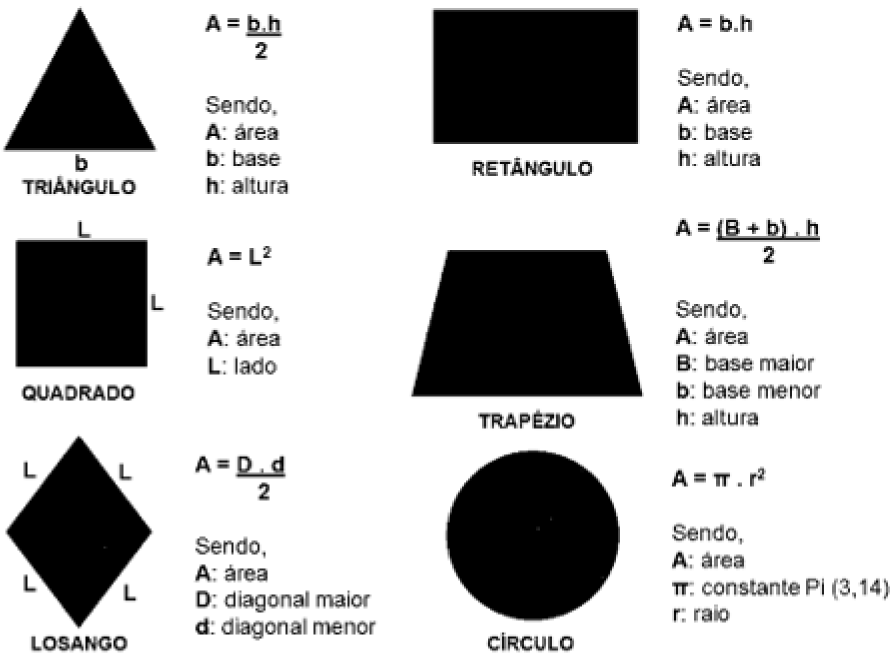


Quando calculamos que a área de uma determinada figura é, por exemplo, 12 m²; isso quer dizer que na superfície desta figura cabem 12 quadrados iguais ao que está acima.



Planta baixa de uma casa com a área total

Para efetuar o cálculo de áreas é necessário sabermos qual a figura plana e sua respectiva fórmula. Vejamos:



(Fonte: https://static.todamateria.com.br/upload/57/97/5797a651dfb37-areas-de-figuras-planas.jpg)

Exemplo: (CPTM - Médico do trabalho – MAKIYAMA) Um terreno retangular de perímetro 200m está à venda em uma imobiliária. Sabe-se que sua largura tem 28m a menos que o seu comprimento. Se o metro quadrado cobrado nesta região é de R$ 50,00, qual será o valor pago por este terreno?

(A) R$ 10.000,00.
(B) R$ 100.000,00.
(C) R$ 125.000,00.
(D) R$ 115.200,00.
(E) R$ 100.500,00.

Resolução:
Comprimento: x
Largura: x – 28
Perímetro = 200
x + x + x – 28 + x – 28 = 200
4x – 56 = 200
4x = 200 + 56
x = 256 : 4
x = 64
Comprimento: 64
Largura: 64 – 28 = 36
Área: A = 64.36 = 2304 m^2
Preço = 2304.50,00 = 115.200,00
Resposta: D.

GEOMETRIA ESPACIAL

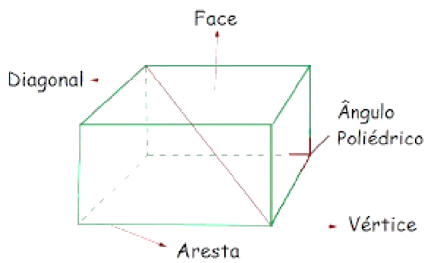
Aqui trataremos tanto das figuras tridimensionais e dos sólidos geométricos. O importante é termos em mente todas as figuras planas, pois a construção espacial se dá através da junção dessas figuras. Vejamos:

Diedros

Sendo dois planos secantes (planos que se cruzam) π e π', o espaço entre eles é chamado de diedro. A medida de um diedro é feita em graus, dependendo do ângulo formado entre os planos.

Poliedros

São sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais formadas por três elementos básicos: **faces**, **arestas** e **vértices**. Chamamos de poliedro o sólido limitado por quatro ou mais polígonos planos, pertencentes a planos diferentes e que têm dois a dois somente uma aresta em comum. Veja alguns exemplos:



Os polígonos são as faces do poliedro; os lados e os vértices dos polígonos são as arestas e os vértices do poliedro.

Um poliedro é **convexo** se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos. Ele não possuí "reentrâncias". E caso contrário é dito não convexo.

<u>Relação de Euler</u>

Em todo poliedro convexo sendo V o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces, valem as seguintes relações de Euler:

Poliedro Fechado: V – A + F = 2
Poliedro Aberto: V – A + F = 1

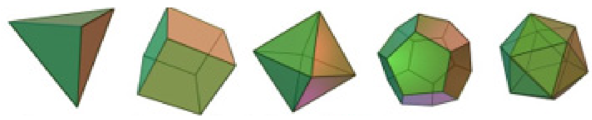
Para calcular o número de arestas de um poliedro temos que multiplicar o número de faces *F* pelo número de lados de cada face *n* e dividir por dois. Quando temos mais de um tipo de face, basta somar os resultados.

A = n.F/2

<u>Poliedros de Platão</u>

Eles satisfazem as seguintes condições:
- todas as faces têm o mesmo número n de arestas;
- todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número m de arestas;
- for válida a relação de Euler (V – A + F = 2).

POLIEDRO	ARESTAS	VÉRTICES	FACES
TETRAEDRO	6	4	4
HEXAEDRO	12	8	6
OCTAEDRO	12	6	8
DODECAEDRO	30	20	12
ICOSAEDRO	30	12	20



<u>Poliedros Regulares</u>

Um poliedro e dito regular quando:
- suas faces são polígonos regulares congruentes;
- seus ângulos poliédricos são congruentes;

Por essas condições e observações podemos afirmar que todos os poliedros de Platão são ditos Poliedros Regulares.

Exemplo: (PUC/RS) Um poliedro convexo tem cinco faces triangulares e três pentagonais. O número de arestas e o número de vértices deste poliedro são, respectivamente:
(A) 30 e 40
(B) 30 e 24
(C) 30 e 8
(D) 15 e 25
(E) 15 e 9

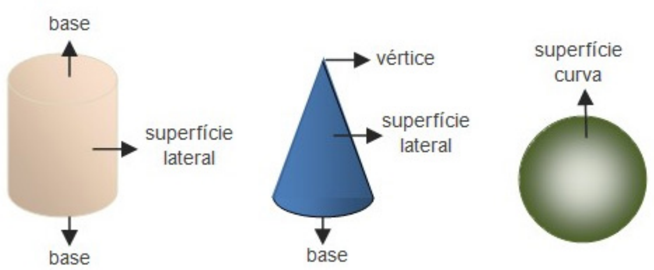
Resolução:

O poliedro tem 5 faces triangulares e 3 faces pentagonais, logo, tem um total de 8 faces (F = 8). Como cada triângulo tem 3 lados e o pentágono 5 lados. Temos:

$$A = \frac{5.3 + 3.5}{2} = \frac{15 + 15}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

V – A + F = 2
V – 15 + 8 = 2
V = 2 + 15 – 8
V = 9
Resposta: E.

Não Poliedros



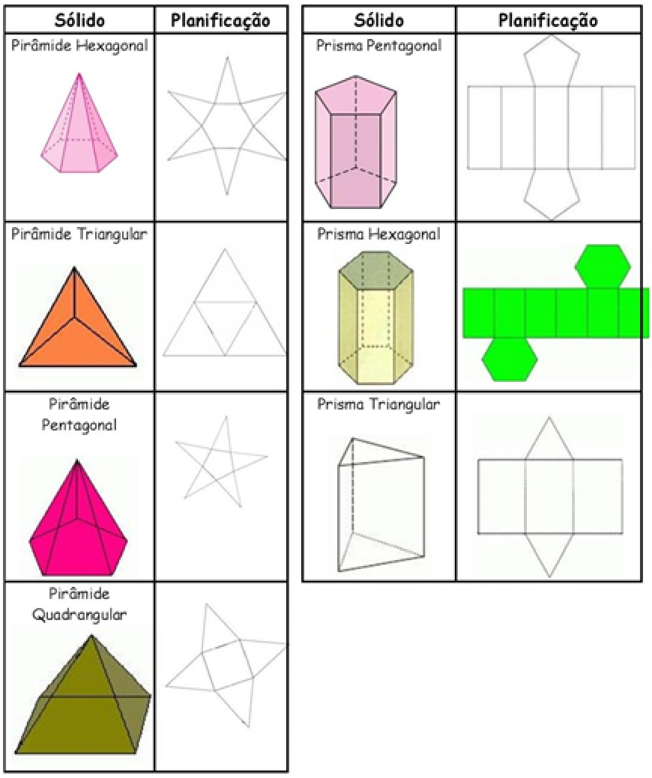
Os sólidos acima são. São considerados não planos pois possuem suas superfícies curvas.

Cilindro: tem duas bases geometricamente iguais definidas por curvas fechadas em superfície lateral curva.

Cone: tem uma só base definida por uma linha curva fechada e uma superfície lateral curva.

Esfera: é formada por uma única superfície curva.

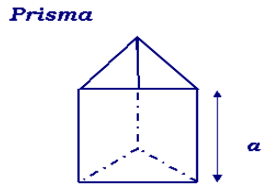
Planificações de alguns Sólidos Geométricos



Fonte: https://1.bp.blogspot.com/-WWDbQ-Gh5zU/Wb7iCjR-42BI/AAAAAAAAIR0/kfRXIcIYLu4Iqf7ueIYKl39DU-9Zw24lgCLcBGAs/s1600/revis%25C3%25A3o%2Bfiguras%2Bgeom%25C3%25A9tricas-page-001.jpg

Sólidos geométricos

O cálculo do volume de figuras geométricas, podemos pedir que visualizem a seguinte figura:



a) A figura representa a planificação de um prisma reto;

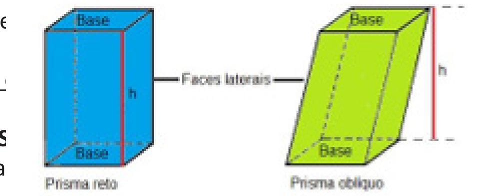
b) O volume de um prisma reto é igual ao produto da área da base pela altura do sólido, isto é:

V = Ab. a

Onde a é igual a h (altura do sólido)

c) O cubo e o paralelepípedo retângulo são prismas;

d) O ... da mesma forma que



Área ...

- PRIS... ases iguais e paralela...

Área Lateral: soma das áreas das faces retangulares

Área Total: soma das áreas das bases com a área lateral

Volume: Area da base x Altura

Exemplo: (Pref. Jucás/CE – Professor de Matemática – INSTITUTO NEO EXITUS) O número de faces de um prisma, em que a base é um polígono de n lados é:

(A) n + 1.
(B) n + 2.
(C) n.
(D) n – 1.
(E) 2n + 1.

Resolução:

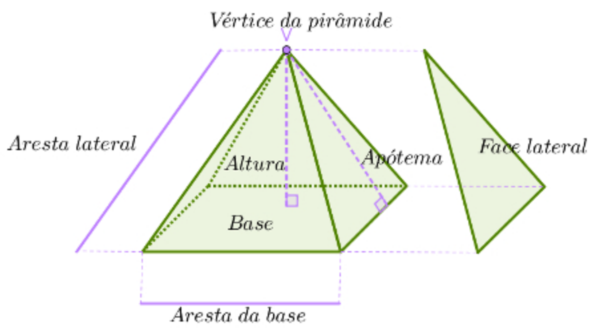
Se a base tem n lados, significa que de cada lado sairá uma face.

Assim, teremos n faces, mais a base inferior, e mais a base superior.

Portanto, n + 2

Resposta: B.

- PIRÂMIDE: é um sólido geométrico que tem uma base e um vértice superior.



Área Lateral: soma das áreas dos triângulos das faces

Área total: soma da área da base com a área lateral

Volume: $\frac{\text{área da base x altura}}{3}$

Exemplo: Uma pirâmide triangular regular tem aresta da base igual a 8 cm e altura 15 cm. O volume dessa pirâmide, em cm³, é igual a:

(A) 60
(B) $60\sqrt{3}$
(C) 80
(D) $80\sqrt{3}$
(E) $90\sqrt{3}$

Resolução:

Do enunciado a base é um triângulo equilátero. E a fórmula da área do triângulo equilátero é $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$. A aresta da base é a = 8 cm e h = 15 cm.

Cálculo da área da base:

$$A_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = \frac{64\sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = 16\sqrt{3}$$

Cálculo do volume:

$$V = \frac{1}{3}.A_b.h$$

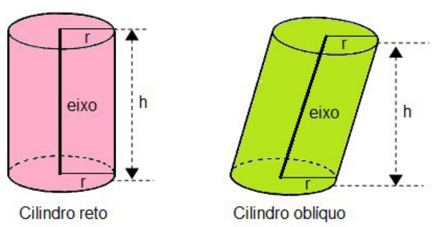
$$V = \frac{1}{3}.16\sqrt{3}.15$$

$$V = 16\sqrt{3}.5$$

$$V = 80\sqrt{3}$$

Resposta: D.

- CILINDRO: é um sólido geométrico que tem duas bases iguais, paralelas e circulares.

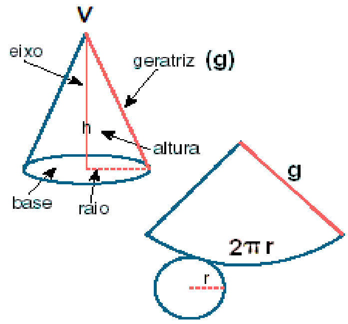


Área das bases: $\pi.r^2$

Área lateral: $2\pi.r.h$

Volume: $V = \pi.r^2.h$

- CONE: é um sólido geométrico que tem uma base circular e vértice superior.



Área lateral: $\pi.r.g$

Área da base: $\pi.r^2$

Volume: $\frac{\pi.r^2.h}{3}$

Exemplo: Um cone equilátero tem raio igual a 8 cm. A altura desse cone, em cm, é:

(A) $6\sqrt{3}$
(B) $6\sqrt{2}$
(C) $8\sqrt{2}$
(D) $8\sqrt{3}$
(E) 8

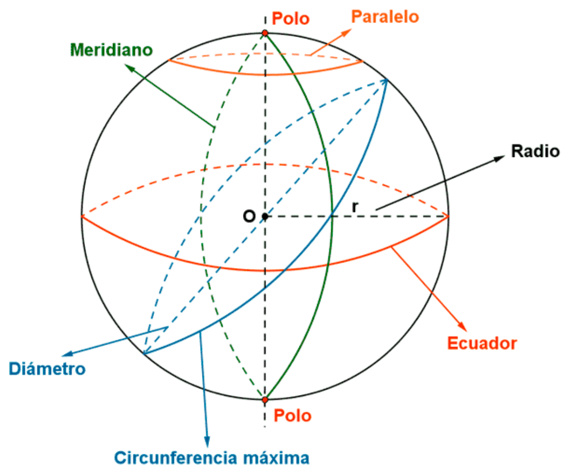
Resolução:

Em um cone equilátero temos que g = 2r. Do enunciado o raio é 8 cm, então a geratriz é g = 2.8 = 16 cm.

$g^2 = h^2 + r^2$
$16^2 = h^2 + 8^2$
$256 = h^2 + 64$
$256 – 64 = h^2$
$h^2 = 192$
$h = \sqrt{192}$
$h = \sqrt{2^6.3}$
$h = 2^3\sqrt{3}$
$h = 8\sqrt{3}$ cm

Resposta: D.

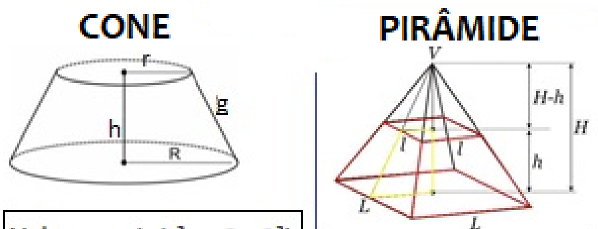
- ESFERA: superfície curva, possui formato de uma bola.



Área superficial: $4.\pi.r^2$

Volume: $4/3 . \pi.r^3$

- TRONCOS: são cortes feitos nas superfícies de alguns dos sólidos geométricos. São eles:



Volume: $\frac{\pi.h.(r^2 + r.R + R^2)}{3}$

$$V = \frac{h}{3} \cdot \left(S_B + \sqrt{S_B \cdot S_b} + S_b\right)$$

Exemplo: (ESCOLA DE SARGENTO DAS ARMAS – COMBATENTE/LOGÍSTICA – TÉCNICA/AVIAÇÃO – EXÉRCITO BRASILEIRO) O volume de um tronco de pirâmide de 4 dm de altura e cujas áreas das bases são iguais a 36 dm² e 144 dm² vale:

(A) 330 cm³
(B) 720 dm³
(C) 330 m³
(D) 360 dm³
(E) 336 dm³

Resolução:

$$V = \frac{h_t}{3}\left(A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b\right)$$

A_B=144 dm²

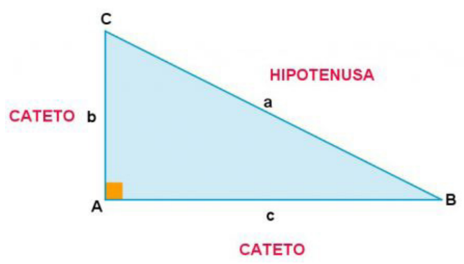
A_b=36 dm²

$$V = \frac{4}{3}\left(144 + \sqrt{144 \cdot 36} + 36\right) = \frac{4}{3}(144 + 72 + 36)$$
$$= \frac{4}{3}252 = 336\,dm^3$$

Resposta: E.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Em todo triângulo retângulo, o maior lado é chamado de **hipotenusa** e os outros dois lados são os **catetos**. Deste triângulo tiramos a seguinte relação:



"Em todo triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

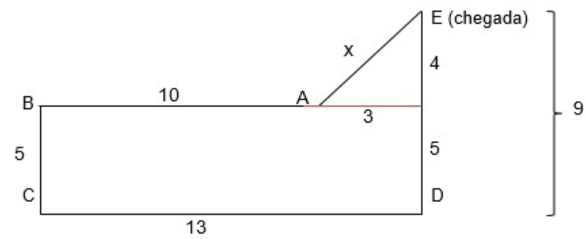
$a^2 = b^2 + c^2$

Exemplo:

Um barco partiu de um ponto A e navegou 10 milhas para o oeste chegando a um ponto B, depois 5 milhas para o sul chegando a um ponto C, depois 13 milhas para o leste chagando a um ponto D e finalmente 9 milhas para o norte chegando a um ponto E. Onde o barco parou relativamente ao ponto de partida?

(A) 3 milhas a sudoeste.
(B) 3 milhas a sudeste.
(C) 4 milhas ao sul.
(D) 5 milhas ao norte.
(E) 5 milhas a nordeste.

Solução:



$x^2 = 3^2 + 4^2$
$x^2 = 9 + 16$
$x^2 = 25$
$x = \sqrt{25} = 5$
Resposta: E.

ESTRUTURA LÓGICA DAS RELAÇÕES ARBITRÁRIAS ENTRE PESSOAS, LUGARES, COISAS, EVENTOS FICTÍCIOS; DEDUÇÃO DE NOVAS INFORMAÇÕES DAS RELAÇÕES FORNECIDAS E AVALIAÇÃO DAS CONDIÇÕES USADAS PARA ESTABELECER A ESTRUTURA DAQUELAS RELAÇÕES. IDENTIFICAÇÃO DE REGULARIDADES DE UMA SEQUÊNCIA, NUMÉRICA OU FIGURAL, DE MODO A INDICAR QUAL É O ELEMENTO DE UMA DADA POSIÇÃO. ESTRUTURAS LÓGICAS, LÓGICAS DE ARGUMENTAÇÃO, DIAGRAMAS LÓGICOS, SEQUÊNCIAS.

RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO

Este tipo de raciocínio testa sua habilidade de resolver problemas matemáticos, e é uma forma de medir seu domínio das diferentes áreas do estudo da Matemática: Aritmética, Álgebra, leitura de tabelas e gráficos, Probabilidade e Geometria etc. Essa parte consiste nos seguintes conteúdos:

- Operação com conjuntos.
- Cálculos com porcentagens.
- Raciocínio lógico envolvendo problemas aritméticos, geométricos e matriciais.
- Geometria básica.
- Álgebra básica e sistemas lineares.
- Calendários.
- Numeração.
- Razões Especiais.
- Análise Combinatória e Probabilidade.
- Progressões Aritmética e Geométrica.

RACIOCÍNIO LÓGICO DEDUTIVO

Este tipo de raciocínio está relacionado ao conteúdo Lógica de Argumentação.

ORIENTAÇÕES ESPACIAL E TEMPORAL

O raciocínio lógico espacial ou orientação espacial envolvem figuras, dados e palitos. O raciocínio lógico temporal ou orientação temporal envolve datas, calendário, ou seja, envolve o tempo.

O mais importante é praticar o máximo de questões que envolvam os conteúdos:

- Lógica sequencial
- Calendários

RACIOCÍNIO VERBAL

Avalia a capacidade de interpretar informação escrita e tirar conclusões lógicas.

Uma avaliação de raciocínio verbal é um tipo de análise de habilidade ou aptidão, que pode ser aplicada ao se candidatar a uma vaga. Raciocínio verbal é parte da capacidade cognitiva ou inteligência geral; é a percepção, aquisição, organização e aplicação do conhecimento por meio da linguagem.

Nos testes de raciocínio verbal, geralmente você recebe um trecho com informações e precisa avaliar um conjunto de afirmações, selecionando uma das possíveis respostas:

A – Verdadeiro (A afirmação é uma consequência lógica das informações ou opiniões contidas no trecho)

B – Falso (A afirmação é logicamente falsa, consideradas as informações ou opiniões contidas no trecho)

C – Impossível dizer (Impossível determinar se a afirmação é verdadeira ou falsa sem mais informações)

ESTRUTURAS LÓGICAS

1. Proposição

Proposição ou sentença é um termo utilizado para exprimir ideias, através de um conjunto de palavras ou símbolos. Este conjunto descreve o conteúdo dessa ideia.

São exemplos de **proposições**:

p: Pedro é médico.
q: 5 > 8
r: Luíza foi ao cinema ontem à noite.

2. Princípios fundamentais da lógica

Princípio da Identidade: A é A. Uma coisa é o que é. O que é, é; e o que não é, não é. Esta formulação remonta a Parménides de Eleia.

Principio da não contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa, ao mesmo tempo.

Principio do terceiro excluído: Uma alternativa só pode ser verdadeira ou falsa.

3. Valor lógico

Considerando os princípios citados acima, uma proposição é classificada como verdadeira ou falsa.

Sendo assim o valor lógico será:

- a verdade (**V**), quando se trata de uma proposição verdadeira.
- a falsidade (**F**), quando se trata de uma proposição falsa.

4. Conectivos lógicos

Conectivos lógicos são palavras usadas para conectar as proposições formando novas sentenças.

Os principais conectivos lógicos são:

$\sim$	não
$\wedge$	e
V	Ou
$\rightarrow$	se…então
$\leftrightarrow$	se e somente se

5. Proposições simples e compostas

As proposições simples são assim caracterizadas por apresentarem apenas uma ideia. São indicadas pelas letras minúsculas: p, q, r, s, t...

As proposições compostas são assim caracterizadas por apresentarem mais de uma proposição conectadas pelos conectivos lógicos. São indicadas pelas letras maiúsculas: P, Q, R, S, T...

Obs: A notação Q(r, s, t), por exemplo, está indicando que a proposição composta Q é formada pelas proposições simples r, s e t.

<u>Exemplo</u>:

<u>Proposições simples</u>:
p: Meu nome é Raissa
q: São Paulo é a maior cidade brasileira
r: 2+2=5
s: O número 9 é ímpar
t: O número 13 é primo

<u>Proposições compostas</u>
P: O número 12 é divisível por 3 e 6 é o dobro de 12.
Q: A raiz quadrada de 9 é 3 e 24 é múltiplo de 3.
R(s, t): O número 9 é ímpar e o número 13 é primo.

6. Tabela-Verdade

A tabela-verdade é usada para determinar o valor lógico de uma proposição composta, sendo que os valores das proposições simples já são conhecidos. Pois o valor lógico da proposição composta depende do valor lógico da proposição simples.

A seguir vamos compreender como se constrói essas tabelas-verdade partindo da árvore das possibilidades dos valores lógicos das preposições simples, e mais adiante veremos como determinar o valor lógico de uma proposição composta.

Proposição composta do tipo P(p, q)

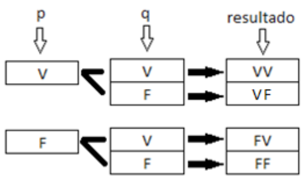


tabela verdade

p	q	P(p,q)
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

Proposição composta do tipo P(p, q, r)

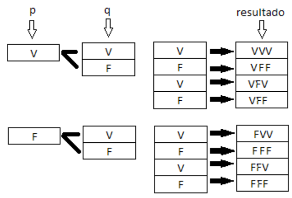


tabela verdade

p	q	r	P(p,q,r)
V	V	V	?
V	V	F	?
V	F	V	?
V	F	F	?
F	V	V	?
F	V	F	?
F	F	V	?
F	F	F	?

Proposição composta do tipo P(p, q, r, s)

A tabela-verdade possui $2^4 = 16$ linhas e é formada igualmente as anteriores.

•
•
•

Proposição composta do tipo P(p1, p2, p3,..., pn)

A tabela-verdade possui 2^n linhas e é formada igualmente as anteriores.

7. O conectivo não e a negação

O conectivo **não** e a **negação** de uma proposição **p** é outra proposição que tem como valor lógico **V** se p for falsa e **F** se p é verdadeira. O símbolo ~p (**não p**) representa a negação de **p** com a seguinte tabela-verdade:

P	~P
V	F
F	V

Exemplo:

p = 7 é ímpar
~p = 7 não é ímpar

P	~P
V	F

q = 24 é múltiplo de 5
~q = 24 não é múltiplo de 5

q	~q
F	V

8. O conectivo e e a conjunção

O conectivo **e** e a **conjunção** de duas proposições **p** e **q** é outra proposição que tem como valor lógico **V** se p e q forem verdadeiras, e **F** em outros casos. O símbolo p Λ q (**p e q**) representa a conjunção, com a seguinte tabela-verdade:

P	q	p Λ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Exemplo

p = 2 é par
q = o céu é rosa
p **Λ** q = 2 é par **e** o céu é rosa

P	q	p Λ q
V	F	F

p = 9 < 6
q = 3 é par
p **Λ** q: 9 < 6 **e** 3 é par

P	q	p Λ q
F	F	F

9. O conectivo ou e a disjunção

O conectivo **ou** e a **disjunção** de duas proposições **p** e **q** é outra proposição que tem como valor lógico **V** se alguma das proposições for verdadeira e **F** se as duas forem falsas. O símbolo p ∨ q (**p ou q**) representa a disjunção, com a seguinte tabela-verdade:

P	q	p V q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplo:

p = 2 é par
q = o céu é rosa
p **v** q = 2 é par **ou** o céu é rosa

P	q	p V q
V	F	V

10. O conectivo se… então… e a condicional

A condicional se **p** então **q** é outra proposição que tem como valor lógico **F** se p é verdadeira e q é falsa. O símbolo p → q representa a condicional, com a seguinte tabela-verdade:

P	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exemplo:
P: 7 + 2 = 9
Q: 9 – 7 = 2
p → q: **Se** 7 + 2 = 9 **então** 9 – 7 = 2

P	q	p → q
V	V	V

p = 7 + 5 < 4
q = 2 é um número primo
p → q: **Se** 7 + 5 < 4 **então** 2 é um número primo.

P	q	p → q
F	V	V

p = 24 é múltiplo de 3 q = 3 é par
p → q: **Se** 24 é múltiplo de 3 **então** 3 é par.

P	q	p → q
V	F	F

p = 25 é múltiplo de 2
q = 12 < 3
p → q: **Se** 25 é múltiplo de 2 **então** 2 < 3.

P	q	p → q
F	F	V

11. O conectivo <u>se e somente se</u> e a bicondicional

A bicondicional **p** se e somente se **q** é outra proposição que tem como valor lógico **V** se p e q forem ambas verdadeiras ou ambas falsas, e **F** nos outros casos.

O símbolo p ↔ q representa a bicondicional, com a seguinte tabela-verdade:

P	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplo
p = 24 é múltiplo de 3
q = 6 é ímpar
p ↔ q = 24 é múltiplo de 3 **se, e somente se,** 6 é ímpar.

P	q	p ↔ q
V	F	F

12. Tabela-Verdade de uma proposição composta

Exemplo
Veja como se procede a construção de uma tabela-verdade da proposição composta P(p, q) = ((p ∨ q) → (~p)) → (p ∧ q), onde p e q são duas proposições simples.
Resolução
Uma tabela-verdade de uma proposição do tipo P(p, q) possui $2^4 = 4$ linhas, logo:

p	q	p V q	~p	(p V p)→(~p)	p Λ q	((p V p)→(~p))→(p Λ q)
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Agora veja passo a passo a determinação dos valores lógicos de P.
a) Valores lógicos de p v q

p	q	p V q	~p	(p V p)→(~p)	p Λ q	((p V p)→(~p))→(p Λ q)
V	V	V				
V	F	V				
F	V	V				
F	F	F				

b) Valores lógicos de ~P

p	q	p V q	~p	(p V p)→(~p)	p Λ q	((p V p)→(~p))→(p Λ q)
V	V	V	F			
V	F	V	F			
F	V	V	V			
F	F	F	V			

c) Valores lógicos de (p V p)→(~p)

p	q	p V q	~p	(p V p)→(~p)	p Λ q	((p V p)→(~p))→(p Λ q)
V	V	V	F	F		
V	F	V	F	F		
F	V	V	V	V		
F	F	F	V	V		

d) Valores lógicos de p Λ q

p	q	p V q	~p	(p V p)→(~p)	p Λ q	((p V p)→(~p))→(p Λ q)
V	V	V	F	F	V	
V	F	V	F	F	F	
F	V	V	V	V	F	
F	F	F	V	V	F	

e) Valores lógicos de ((p V p)→(~p))→(p Λ q)

p	q	p V q	~p	(p V p)→(~p)	p Λ q	((p V p)→(~p))→(p Λ q)
V	V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F

13. Tautologia

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **p**, **q**, **r**, ... será dita uma **Tautologia** se ela for **sempre verdadeira**, independentemente dos valores lógicos das proposições **p**, **q**, **r**, ... que a compõem.

Exemplos:
• Gabriela passou no concurso do INSS **ou** Gabriela **não** passou no concurso do INSS
• **Não é verdade** que o professor Zambeli parece com o Zé gotinha **ou** o professor Zambeli parece com o Zé gotinha.
Ao invés de duas proposições, nos exemplos temos uma única proposição, afirmativa e negativa. Vamos entender isso melhor.
Exemplo:
Grêmio cai para segunda divisão **ou** o Grêmio **não** cai para segunda divisão

Vamos chamar a primeira proposição de "**p**" a segunda de "**~p**" e o conetivo de "V"
Assim podemos representar a "frase" acima da seguinte forma: **p V ~p**

Exemplo
A proposição **p**∨ ♣ **(~p)** é uma tautologia, pois o seu valor lógico é sempre V, conforme a tabela-verdade.

p	~P	p V q
V	F	V
F	V	V

Exemplo
A proposição **(p Λ q)** → **(p q)** é uma tautologia, pois a última coluna da tabela-verdade só possui V.

p	q	p Λ q	p↔q	(p Λ q)→(p↔q)
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

14. Contradição

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **p**, **q**, **r**, ... será dita uma **contradição** se ela for **sempre falsa**, independentemente dos valores lógicos das proposições **p**, **q**, **r**, ... que a compõem

Exemplos:

• O Zorra total é uma porcaria **e** Zorra total **não** é uma porcaria

• Suelen mora em Petrópolis **e** Suelen **não** mora em Petrópolis

Ao invés de duas proposições, nos exemplos temos uma única proposição, afirmativa e negativa. Vamos entender isso melhor.

Exemplo:

Lula é o presidente do Brasil **e** Lula **não** é o presidente do Brasil

Vamos chamar a primeira proposição de "**p**" a segunda de "**~p**" e o conetivo de "^"

Assim podemos representar a "frase" acima da seguinte forma: **p ^ ~p**

Exemplo

A proposição **(p Λ q) Λ (p Λ q)** é uma contradição, pois o seu valor lógico é sempre F conforme a tabela-verdade. Que significa que uma proposição não pode ser falsa e verdadeira ao mesmo tempo, isto é, o princípio da não contradição.

p	~P	q Λ (~q)
V	F	F
F	V	F

15. Contingência

Quando uma proposição não é tautológica nem contra válida, a chamamos de *contingência* ou *proposição contingente* ou *proposição indeterminada*.

A contingência ocorre quando há tanto valores V como F na última coluna da tabela-verdade de uma proposição. Exemplos: $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \rightarrow Q$ ...

16. **Implicação lógica**

Definição

A proposição **P** implica a proposição **Q**, quando a condicional **P → Q** for uma **tautologia**.

O símbolo P ⇒ Q (**P implica Q**) representa a implicação lógica.

Diferenciação dos símbolos → e ⇒

O símbolo → representa uma operação matemática entre as proposições **P** e **Q** que tem como resultado a proposição **P → Q**, com valor lógico **V** ou **F**.

O símbolo ⇒ representa a não ocorrência de **VF** na tabela-verdade de **P → Q**, ou ainda que o valor lógico da condicional **P → Q** será sempre **V**, ou então que **P → Q** é uma tautologia.

Exemplo

A tabela-verdade da condicional (p Λ q) → (p ↔ q) será:

p	q	p Λ q	P↔Q	(p Λ q)→(P↔Q)
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

Portanto, **(p Λ q) → (p ↔ q)** é uma tautologia, por isso **(p Λ q) ⇒ (p ↔q)**

17. **Equivalência lógica**

Definição

Há equivalência entre as proposições **P** e **Q** somente quando a bicondicional **P ↔ Q** for uma tautologia ou quando **P** e **Q** tiverem a mesma tabela-verdade. P ⇔ Q (**P é equivalente a Q**) é o símbolo que representa a equivalência lógica.

Diferenciação dos símbolos ↔ e ⇔

O símbolo ↔ representa uma operação entre as proposições **P** e **Q**, que tem como resultado uma nova proposição **P ↔ Q** com valor lógico **V** ou **F**.

O símbolo ⇔ representa a não ocorrência de **VF** e de **FV** na tabela-verdade **P ↔ Q**, ou ainda que o valor lógico de **P ↔ Q** é sempre **V**, ou então **P ↔ Q** é uma tautologia.

Exemplo

A tabela da bicondicional (p → q) ↔ (~q → ~p) será:

p	q	~q	~p	p→q	~q→~p	(p→q)↔(~q→~p)
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Portanto, p → q é equivalente a ~q → ~p, pois estas proposições possuem a mesma tabela-verdade ou a bicondicional (p → q) ↔ (~q → ~p) é uma tautologia.

Veja a representação:

(p → q) ⇔ (~q → ~p)

EQUIVALÊNCIAS LOGICAS NOTÁVEIS

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes (ou simplesmente equivalentes) quando os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos.

Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A equivalência lógica entre duas proposições, p e q, pode ser representada simbolicamente como: p q, ou simplesmente por p = q.

Começaremos com a descrição de algumas equivalências lógicas básicas.

Equivalências Básicas

1. p e p = p

Ex: André **é inocente e inocente** = André é inocente

2. p ou p = p

Ex: Ana foi ao cinema ou ao cinema = Ana foi ao cinema

3. p e q = q e p

Ex: O cavalo é forte e veloz = O cavalo é veloz e forte

4. p ou q = q ou p

Ex: O carro é branco ou azul = O carro é azul ou branco

5. p ↔ q = q ↔ p

Ex: Amo se e somente se vivo = Vivo se e somente se amo.

6. p ↔ q = (pq) e (qp)

Ex: Amo se e somente se vivo = Se amo então vivo, e se vivo então amo

Para facilitar a memorização, veja a tabela abaixo:

p e p	p
p ou p	p
p e q	q e p
p ou q	q ou p
p ↔ q	q ↔ p
p ↔ q	(p→q) e (q→p)

Equivalências da Condicional

As duas equivalências que se seguem são de fundamental importância. Estas equivalências podem ser verificadas, ou seja, demonstradas, por meio da comparação entre as tabelas-verdade. Fica como exercício para casa estas demonstrações. As equivalências da condicional são as seguintes:

1) Se p então q = Se não q então não p.

Ex: Se chove então me molho = Se não me molho então não chove

2) Se p então q = Não p ou q.

Ex: Se estudo então passo no concurso = Não estudo ou passo no concurso

Colocando estes resultados em uma tabela, para ajudar a memorização, teremos:

p → q	~q → ~p
p → q	~p V q

Equivalências com o Símbolo da Negação

Este tipo de equivalência já foi estudado. Trata-se, tão somente, das negações das proposições compostas! Lembremos:

Negativa de (p e q)	~p ou ~q
Negativa de (p ou q)	~p e ~q
Negativa de (p → q)	p e ~q
Negativa de (p↔q)	[(p e ~q) ou (q e ~p)]

É possível que surja alguma dúvida em relação a última linha da tabela acima. Porém, basta lembrarmos do que foi aprendido:

p↔q = (pq) e (qp)

(Obs: a BICONDICIONAL tem esse nome: porque equivale a duas condicionais!)

Para negar a bicondicional, teremos na verdade que negar a sua conjunção equivalente.

E para negar uma conjunção, já sabemos, nega-se as duas partes e troca-se o E por OU. Fica para casa a demonstração da negação da bicondicional. Ok?

Outras equivalências

Algumas outras equivalências que podem ser relevantes são as seguintes:

1) p e (p ou q) = p

Ex: Paulo é dentista, e Paulo é dentista ou Pedro é médico = Paulo é dentista

2) p ou (p e q) = p

Ex: Paulo é dentista, ou Paulo é dentista e Pedro é médico = Paulo é dentista

Por meio das tabelas-verdade estas equivalências podem ser facilmente demonstradas.

Para auxiliar nossa memorização, criaremos a tabela seguinte:

p e (p ou q)	p
p ou (p e q)	p

NEGAÇAO DE PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Proposição	Negação da Proposição
(A e B)	~A ou ~B
(A ou B)	~A e ~B
(A → B)	A e ~B
(A ↔ B)	1ª forma) ~(A→B e B→A) = (A e ~B) ou (B e ~A) 2ª forma) A <u>ou</u> B
(A <u>ou</u> B)	A ↔ B

QUESTOES COMENTADAS:

1. (PROCERGS - Técnico de Nível Médio - Técnico em Segurança do Trabalho - FUNDATEC/2012) A proposição "João comprou um carro novo ou não é verdade que João comprou um carro novo e não fez a viagem de férias." é:

A) um paradoxo.
B) um silogismo.
C) uma tautologia.
D) uma contradição.
E) uma contingência.

Tautologia é uma proposição composta cujo resultado é sempre verdadeiro para todas as atribuições que se têm, independentemente dessas atribuições.

Rodrigo, posso estar errada, mas ao construir a tabela-verdade com a proposição que você propôs não vamos ter uma tautologia, mas uma contingência.

A proposição a ser utilizada aqui seria a seguinte: P v ~(P ^ ~Q), que, ao construirmos a tabela-verdade ficaria da seguinte forma:

P	Q	~Q	(P/\~Q)	~(P/\~Q)	P V ~(P/\~Q)
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V

2. (PM-BA - Soldado da Polícia Militar - FCC /2012)

A negação lógica da proposição: "Pedro é o mais velho da classe ou Jorge é o mais novo da classe" é

A) Pedro não è o mais novo da classe ou Jorge não é o mais velho da classe.

B) Pedro é o mais velho da classe e Jorge não é o mais novo da classe.

C) Pedro não é o mais velho da classe e Jorge não é o mais novo da classe.

D) Pedro não é o mais novo da classe e Jorge não é o mais velho da classe.

E) Pedro é o mais novo da classe ou Jorge é o mais novo da classe.

p v q= Pedro é o mais velho da classe ou Jorge é o mais novo da classe.

~p=Pedro não é o mais velho da classe.

~q=Jorge não é o mais novo da classe.

~(p v q)=~p v ~q= Pedro não é o mais velho da classe ou Jorge não é o mais novo da classe.

3. (PC-MA - Farmacêutico Legista - FGV/2012)

Em frente à casa onde moram João e Maria, a prefeitura está fazendo uma obra na rua. Se o operário liga a britadeira, João sai de casa e Maria não ouve a televisão. Certo dia, depois do almoço, Maria ouve a televisão.

Pode-se concluir, logicamente, que

A) João saiu de casa.

B) João não saiu de casa.

C) O operário ligou a britadeira.

D) O operário não ligou a britadeira.

E) O operário ligou a britadeira e João saiu de casa.

"Se o operário liga a britadeira, João sai de casa e Maria não ouve a televisão", logo se Maria ouve a televisão, a britadeira não pode estar ligada.

(TJ-AC - Técnico Judiciário - Informática - CESPE/2012)

Em decisão proferida acerca da prisão de um réu, depois de constatado pagamento de pensão alimentícia, o magistrado determinou: "O réu deve ser imediatamente solto, se por outro motivo não estiver preso".

Considerando que a determinação judicial corresponde a uma proposição e que a decisão judicial será considerada descumprida se, e somente se, a proposição correspondente for falsa, julgue os itens seguintes.

4. Se o réu permanecer preso, mesmo não havendo outro motivo para estar preso, então, a decisão judicial terá sido descumprida.

A) Certo

B) Errado

A decisão judicial é "O réu deve ser imediatamente solto, se por outro motivo não estiver preso", logo se o réu continuar preso sem outro motivo para estar preso, será descumprida a decisão judicial.

5. Se o réu for imediatamente solto, mesmo havendo outro motivo para permanecer preso, então, a decisão judicial terá sido descumprida.

A) Certo

B) Errado

P = se houver outro motivo

Q = será solto

A decisão foi: Se não P então Q, logo VV = V

A questão afirma: Se P então Q, logo FV = V

Não contrariou, iria contrariar se a questão resultasse V + F = F

6. As proposições "Se o réu não estiver preso por outro motivo, deve ser imediatamente solto" e "Se o réu não for imediatamente solto, então, ele está preso por outro motivo" são logicamente equivalentes.

A) Certo

B) Errado

O réu não estiver preso por outro motivo = ~P

Deve ser imediatamente solto = S

Se o réu não estiver preso por outro motivo, deve ser imediatamente solto=P S

Se o réu não for imediatamente solto, então, ele está preso por outro motivo = ~SP

De acordo com a regra de equivalência (A B) = (~B ~A) a questão está correta.

7. A negação da proposição relativa à decisão judicial estará corretamente representada por "O réu não deve ser imediatamente solto, mesmo não estando preso por outro motivo".

A) Certo

B) Errado

"O réu deve ser imediatamente solto, se por outro motivo não estiver preso" está no texto, assim:

P = "Por outro motivo não estiver preso"

Q = "O réu deve ser imediatamente solto"

PQ, a negação ~(P Q) = P e ~Q

P e ~Q = Por outro motivo estiver preso o réu não deve ser imediatamente solto"

8. (Polícia Civil/SP - Investigador – VUNESP/2014) Um antropólogo estadunidense chega ao Brasil para aperfeiçoar seu conhecimento da língua portuguesa. Durante sua estadia em nosso país, ele fica muito intrigado com a frase "não vou fazer coisa nenhuma", bastante utilizada em nossa linguagem coloquial. A dúvida dele surge porque

A) a conjunção presente na frase evidencia seu significado.

B) o significado da frase não leva em conta a dupla negação.

C) a implicação presente na frase altera seu significado.

D) o significado da frase não leva em conta a disjunção.

E) a negação presente na frase evidencia seu significado.

~(~p) é equivalente a p

Logo, uma dupla negação é equivalente a afirmar.

RESPOSTA: "B".

9. (Receita Federal do Brasil – Analista Tributário - ESAF/2012) A negação da proposição "se Paulo estuda, então Marta é atleta" é logicamente equivalente à proposição:

A) Paulo não estuda e Marta não é atleta.

B) Paulo estuda e Marta não é atleta.

C) Paulo estuda ou Marta não é atleta.

D) se Paulo não estuda, então Marta não é atleta.

E) Paulo não estuda ou Marta não é atleta.

A negação de uma condicional do tipo: "Se A, então B" (AB) será da forma:

~(A B) A^ ~B

Ou seja, para negarmos uma proposição composta representada por uma condicional, devemos confirmar sua primeira parte ("A"), trocar o conectivo condicional ("") pelo conectivo conjunção ("^") e negarmos sua segunda parte ("~ B"). Assim, teremos:

RESPOSTA: "B".

10. (ANVISA - TÉCNICO ADMINISTRATIVO - CETRO/2012) Se Viviane não dança, Márcia não canta. Logo,

A) Viviane dançar é condição suficiente para Márcia cantar.

B) Viviane não dançar é condição necessária para Márcia não cantar.

C) Viviane dançar é condição necessária para Márcia cantar.

D) Viviane não dançar é condição suficiente para Márcia cantar.

E) Viviane dançar é condição necessária para Márcia não cantar.

Inicialmente, reescreveremos a condicional dada na forma de condição suficiente e condição necessária:

"Se Viviane não dança, Márcia não canta"

1ª possibilidade: Viviane não dançar é condição suficiente para Márcia não cantar. Não há RESPOSTA: para essa possibilidade.

2ª possibilidade: Márcia não cantar é condição necessária para Viviane não dançar.. Não há RESPOSTA: para essa possibilidade.

Não havendo RESPOSTA: , modificaremos a condicional inicial, transformando-a em outra condicional equivalente, nesse caso utilizaremos o conceito da contrapositiva ou contra posição: pq ~q ~p

"Se Viviane não dança, Márcia não canta" "Se Márcia canta, Viviane dança"

Transformando, a condicional "Se Márcia canta, Viviane dança" na forma de condição suficiente e condição necessária, obteremos as seguintes possibilidades:

1ª possibilidade: Márcia cantar é condição suficiente para Viviane dançar. Não há RESPOSTA: para essa possibilidade.

2ª possibilidade: Viviane dançar é condição necessária para Márcia cantar.

RESPOSTA: "C".

11. (BRDE - ANALISTA DE SISTEMAS - AOCP/2012) Considere a sentença: "Se Ana é professora, então Camila é médica." A proposição equivalente a esta sentença é

A) Ana não é professora ou Camila é médica.

B) Se Ana é médica, então Camila é professora.

C) Se Camila é médica, então Ana é professora.

D) Se Ana é professora, então Camila não é médica.

E) Se Ana não é professora, então Camila não é médica.

Existem duas equivalências particulares em relação a uma condicional do tipo "Se A, então B".

1ª) Pela contrapositiva ou contraposição: "Se A, então B" é equivalente a "Se ~B, então ~A"

"Se Ana é professora, então Camila é médica." Será equivalente a:

"Se Camila não é médica, então Ana não é professora."

2ª) Pela Teoria da Involução ou Dupla Negação: "Se A, então B" é equivalente a "~A ou B"

"Se Ana é professora, então Camila é médica." Será equivalente a:

"Ana não é professora ou Camila é médica."

Ficaremos, então, com a segunda equivalência, já que esta configura no gabarito.

RESPOSTA: "A".

(PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) Considerando que P e Q representem proposições conhecidas e que V e F representem, respectivamente, os valores verdadeiro e falso, julgue os próximos itens. (374 a 376)

12. (PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) (PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) As proposições Q e P (¬ Q) são, simultaneamente, V se, e somente se, P for F.

( )Certo ( ) Errado

Observando a tabela-verdade da proposição composta "P (¬ Q)", em função dos valores lógicos de "P" e "Q", temos:

P	Q	¬Q	P→(¬Q)
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Observando-se a 3 linha da *tabela-verdade* acima, —Q‖ e —P ® (¬ Q) são, simultaneamente, V se, e somente se, —P‖ for F.

Resposta: CERTO.

13. (PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) A proposição [PvQ]Q é uma tautologia.

( )Certo ( ) Errado

Construindo a tabela-verdade da proposição composta: [P Ú Q] ® Q, teremos como solução:

P	Q	Pv Q	(Pv Q)→Q	(p^~q)↔(~p v q)
V	V	V	V→V	V
V	F	V	V→F	F
F	V	V	V→V	V
F	F	F	F→F	V

P(P;Q) = VFVV

Portanto, essa *proposição composta* é uma *contingência* ou *indeterminação lógica*.

Resposta: ERRADO.

14. (PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) Se P for F e P v Q for V, então Q é V.

( )Certo ( ) Errado

Lembramos que uma *disjunção simples*, na forma: "P vQ", será *verdadeira* (V) se, pelo menos, uma de suas partes for *verdadeira* (V). Nesse caso, se "P" for *falsa* e "PvQ" for *verdadeira*, então "Q" será, necessariamente, *verdadeira*.

Resposta: CERTO.

(PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013)

P1: Se a impunidade é alta, então a criminalidade é alta.

P2: A impunidade é alta ou a justiça é eficaz.

P3: Se a justiça é eficaz, então não há criminosos livres.

P4: Há criminosos livres.

C: Portanto a criminalidade é alta.

Considerando o argumento apresentado acima, em que P1, P2, P3 e P4 são as premissas e C, a conclusão, julgue os itens subsequentes. (377 e 378)

15. (PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) O argumento apresentado é um argumento válido.

( )Certo ( ) Errado

Verificaremos se as verdades das premissas P1, P2, P3 e P4 sustentam a verdade da conclusão. Nesse caso, devemos considerar que todas as premissas são, necessariamente, *verdadeiras*.

P1: Se a impunidade é alta, então a criminalidade é alta. (V)
P2: A impunidade é alta ou a justiça é eficaz. (V)
P3: Se a justiça é eficaz, então não há criminosos livres. (V)
P4: Há criminosos livres. (V)

Portanto, se a premissa P4 – *proposição simples* – é *verdadeira* (V), então a 2ª parte da *condicional* representada pela premissa P3 será considerada *falsa* (F). Então, veja:

$$P1: \text{Se } \textit{a impunidade é alta}, \textbf{ então } \textit{a criminalidade é alta}. \quad (V)$$
$$P2: \textit{A impunidade é alta} \textbf{ ou } \textit{a justiça é eficaz}. \quad (V)$$
$$P3: \text{Se } \textit{a justiça é eficaz}, \textbf{ então } \underbrace{\textit{não há criminosos livres}}_{2^{o}\ (F)}. \quad (V)$$
$$P4: \underbrace{\textit{Há criminosos livres}}_{1^{o}\ (V)}. \quad (V)$$

Sabendo-se que a condicional P3 é verdadeira e conhecendo-se o *valor lógico* de sua 2ª parte como *falsa* (F), então o *valor lógico* de sua 1ª parte *nunca* poderá ser *verdadeiro* (V). Assim, a *proposição simples* —a justiça é eficaz|| será considerada *falsa* (F).

Se a *proposição simples* —a justiça é eficaz|| é considerada *falsa* (F), então a 2ª parte da *disjunção simples* representada pela premissa P2, também, será *falsa* (F).

$$P1: \text{Se } \textit{a impunidade é alta}, \textbf{ então } \textit{a criminalidade é alta}. \quad (V)$$
$$P2: \textit{A impunidade é alta} \textbf{ ou } \underbrace{\textit{a justiça é eficaz}}_{4^{o}\ (F)}. \quad (V)$$
$$P3: \text{Se } \underbrace{\textit{a justiça é eficaz}}_{3^{o}\ (F)}, \textbf{ então } \underbrace{\textit{não há criminosos livres}}_{2^{o}\ (F)}. \quad (V)$$
$$P4: \underbrace{\textit{Há criminosos livres}}_{1^{o}\ (V)}. \quad (V)$$

Sendo *verdadeira* (V) a premissa P2 (*disjunção simples*) e conhecendo-se o *valor lógico* de uma das partes como *falsa* (F), então o *valor lógico* da outra parte deverá ser, necessariamente, *verdadeira* (V). Lembramos que, uma *disjunção simples* será considerada *verdadeira* (V), quando, pelo menos, uma de suas partes for *verdadeira* (V).

Sendo *verdadeira* (V) a *proposição simples* —a impunidade é alta||, então, confirmaremos também como *verdadeira* (V), a 1ª parte da *condicional* representada pela premissa P1.

$$P1: \text{Se } \underbrace{\textit{a impunidade é alta}}_{6^{o}\ (V)}, \textbf{ então } \textit{a criminalidade é alta}. \quad (V)$$
$$P2: \underbrace{\textit{A impunidade é alta}}_{5^{o}\ (F)} \textbf{ ou } \underbrace{\textit{a justiça é eficaz}}_{4^{o}\ (F)}. \quad (V)$$
$$P3: \text{Se } \underbrace{\textit{a justiça é eficaz}}_{3^{o}\ (F)}, \textbf{ então } \underbrace{\textit{não há criminosos livres}}_{2^{o}\ (F)}. \quad (V)$$
$$P4: \underbrace{\textit{Há criminosos livres}}_{1^{o}\ (V)}. \quad (V)$$

Considerando-se como *verdadeira* (V) a 1ª parte da *condicional* em P1, então, deveremos considerar também como *verdadeira* (V), sua 2ª parte, pois uma *verdade* sempre *implica* em outra *verdade*.

Considerando a *proposição simples* —a criminalidade é alta|| como *verdadeira* (V), logo a *conclusão* desse *argumento* é, de fato, *verdadeira* (V), o que torna esse *argumento válido*.

Resposta: CERTO.

16. (PC/DF – Agente de Polícia - CESPE/UnB/2013) A negação da proposição P1 pode ser escrita como "Se a impunidade não é alta, então a criminalidade não é alta".

( )Certo ( ) Errado

Seja P1 representada simbolicamente, por:

A impunidade não é alta(p) então a criminalidade não é alta(q)

A *negação* de uma condicional é dada por:

~(pq)

Logo, sua negação será dada por: ~P1 a impunidade é alta e a criminalidade não é alta.

Resposta:ERRADO.

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Diz-se que uma proposição P(p,q,r..) é logicamente equivalente ou equivalente a uma proposição Q(p,r,s..) se as tabelas-verdade dessas duas proposições são IDÊNTICAS.

Para indicar que são equivalentes, usaremos a seguinte notação:

P(p,q,r..) ⇔ Q(p,r,s..)

Essa parte de equivalência é um pouco mais chatinha, mas conforme estudamos, vou falando algumas dicas.

Regra da Dupla negação

$\sim\sim p \Leftrightarrow p$

p	~p	~~p
V	F	V
F	V	F

São iguais, então $\sim\sim p \Leftrightarrow p$

Regra de Clavius

$\sim p \rightarrow p \Leftrightarrow p$

p	~p	~p→p
V	F	V
F	V	F

Regra de Absorção

$p \rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$

p	q	p∧q	p→p∧q	p→q
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Condicional

Gostaria da sua atenção aqui, pois as condicionais são as mais pedidas nos concursos

A condicional $p \rightarrow q$ e a disjunção $\sim p \vee q$, têm tabelas-verdades idênticas

p	~p	q	p∧q	p→q	~p∨q
V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V

Exemplo
p: Coelho gosta de cenoura
q: Coelho é herbívoro.

p→q: Se coelho gosta de cenoura, então coelho é herbívoro.
~p∨q: Coelha não gosta de cenoura ou coelho é herbívoro

A condicional ~p→~q é equivalente a disjunção p∨~q

p	q	~p	~q	~p→~q	p∨~q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Equivalência fundamentais (Propriedades Fundamentais): a equivalência lógica entre as proposições goza das propriedades simétrica, reflexiva e transitiva.

1 – Simetria (equivalência por simetria)

a) p ∧ q ⇔ q ∧ p

p	q	p ∧ q	q ∧ p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

b) p∨ ♣ q ⇔ q∨ ♣ p

p	q	p∨ ♣ q	q∨ ♣ p
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

c) p∨ ♣ q ⇔ q _ p

p	q	p∨_ ♣ q	q∨_ ♣ p
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

d) p ↔ q ⇔ q ↔ p

p	q	p ↔ q	q ↔ p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

Equivalências notáveis:
1 - Distribuição (equivalência pela distributiva)
a) p ∧ (q∨ ♣ r) ⇔ (p ∧ q)∨ ♣ (p ∧ r)

p	q	r	q∨ ♣ r	p ∧ (q∨ ♣ r)	p ∧ q	p ∧ r	(p ∧ q)∨ ♣ (p ∧ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

b) p∨ ♣ (q ∧ r) ⇔ (p∨ ♣ q) ∧ (p∨ ♣ r)

p	q	r	q ∧ r	p∨ ♣ (q ∧ r)	p∨ ♣ q	p∨ ♣ r	(p∨ ♣ q) ∧ (p∨ ♣ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

2 - Associação (equivalência pela associativa)

a) p ∧ (q ∧ r) ⇔ (p ∧ q) ∧ (p ∧ r)

p	q	r	q ∧ r	p ∧ (q ∧ r)	p ∧ q	p ∧ r	(p ∧ q) ∧ (p ∧ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

b) p∨ ♣ (q∨ ♣ r) ⇔ (p∨ ♣ q)∨ ♣ (p∨ ♣ r)

p	q	r	q∨ ♣ r	p∨ ♣ (q∨ ♣ r)	p∨ ♣ q	p∨ ♣ r	(p∨ ♣ q)∨ ♣ (p∨ ♣ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

3 – Idempotência

a) $p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

Para ficar mais fácil o entendimento, vamos fazer duas colunas com p:

p	p	$p \wedge p$
V	V	V
F	F	F

b) $p \Leftrightarrow (p \vee$ ♣ $p)$

p	p	$p \vee p$
V	V	V
F	F	F

4 - Pela contraposição: de uma condicional gera-se outra condicional equivalente à primeira, apenas invertendo-se e negando-se as proposições simples que as compõem.

Da mesma forma que vimos na condicional mais acima, temos outros modos de definir a equivalência da condicional que são de igual importância

1º caso – $(p \to q) \Leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$

p	q	~p	~q	$p \to q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

2º caso: $(\sim p \to q) \Leftrightarrow (\sim q \to p)$

p	q	~p	$\sim p \to q$	~q	$\sim q \to p$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F

3º caso: $(p \to \sim q) \Leftrightarrow (q \to \sim p)$

p	q	~q	$p \to \sim q$	~p	$q \to \sim p$
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V

5 - Pela bicondicional

a) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (q \to p)$, por definição

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

b) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \to \sim p) \wedge (\sim p \to \sim q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	~q	~p	$\sim q \to \sim p$	$\sim p \to \sim q$	$(\sim q \to \sim p) \wedge (\sim p \to \sim q)$
V	V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V

c) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee$ ♣ $(\sim p \wedge \sim q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q$	~p	~q	$\sim p \wedge \sim q$	$(p \wedge q) \vee$ ♣ $(\sim p \wedge \sim q)$
V	V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	F
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V

6 - Pela exportação-importação

$[(p \wedge q) \to r] \Leftrightarrow [p \to (q \to r)]$

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \to r$	$q \to r$	$p \to (q \to r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V

Proposições Associadas a uma Condicional (se, então)

Chama-se proposições associadas a $p \to q$ as três proposições condicionadas que contêm p e q:

– Proposições recíprocas: $p \to q$: $q \to p$
– Proposição contrária: $p \to q$: $\sim p \to \sim q$
– Proposição contrapositiva: $p \to q$: $\sim q \to \sim p$
Observe a tabela verdade dessas quatro proposições:

p	q	~p	~q	$p \to q$	$q \to p$	$\sim p \to \sim q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V

Observamos ainda que a condicional $p \to q$ e a sua recíproca $q \to p$ ou a sua contrária $\sim p \to \sim q$ NÃO SÃO EQUIVALENTES.

QUESTÕES

01. (TJ/SP - Escrevente Técnico Judiciário - VUNESP/2017) Uma afirmação equivalente para “Se estou feliz, então passei no concurso” é:

(A) Se passei no concurso, então estou feliz.
(B) Se não passei no concurso, então não estou feliz.
(C) Não passei no concurso e não estou feliz.
(D) Estou feliz e passei no concurso.
(E) Passei no concurso e não estou feliz.

02. (UTFPR – Pedagogo – UTFPR/2017) Considere a frase:
Se Marco treina, então ele vence a competição.
A frase equivalente a ela é:
(A) Se Marco não treina, então vence a competição.
(B) Se Marco não treina, então não vence a competição.
(C) Marco treina ou não vence a competição.
(D) Marco treina se e somente se vence a competição.
(E) Marco não treina ou vence a competição.

03. (TRF 1ª REGIÃO – Cargos de nível médio – CESPE/2017) A partir da proposição P: “Quem pode mais, chora menos.”, que corresponde a um ditado popular, julgue o próximo item.

Do ponto de vista da lógica sentencial, a proposição P é equivalente a “Se pode mais, o indivíduo chora menos”.

( ) Certo
( ) Errado

04. (TRT 12ª REGIÃO – Analista Judiciário – FGV/2017) Considere a sentença: “Se Pedro é torcedor do Avaí e Marcela não é torcedora do Figueirense, então Joana é torcedora da Chapecoense”.

Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

(A) Se Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense, então Joana não é torcedora da Chapecoense.
(B) Se Pedro não é torcedor do Avaí e Marcela é torcedora do Figueirense, então Joana não é torcedora da Chapecoense.
(C) Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense ou Joana é torcedora da Chapecoense.
(D) Se Joana não é torcedora da Chapecoense, então Pedro não é torcedor do Avaí e Marcela é torcedora do Figueirense.
(E) Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense e Joana é torcedora da Chapecoense.

05. (IBGE – Analista Censitário – FGV/2017) Considere como verdadeira a seguinte sentença: “Se todas as flores são vermelhas, então o jardim é bonito”.

É correto concluir que:

(A) se todas as flores não são vermelhas, então o jardim não é bonito;
(B) se uma flor é amarela, então o jardim não é bonito;
(C) se o jardim é bonito, então todas as flores são vermelhas;
(D) se o jardim não é bonito, então todas as flores não são vermelhas;
(E) se o jardim não é bonito, então pelo menos uma flor não é vermelha.

06. (POLITEC/MT – Papiloscopista – UFMT/2017) Uma proposição equivalente a Se há fumaça, há fogo, é:

(A) Se não há fumaça, não há fogo.
(B) Se há fumaça, não há fogo.
(C) Se não há fogo, não há fumaça.
(D) Se há fogo, há fumaça.

07. (DPE/RR – Técnico em Informática – INAZ DO PARÁ/2017) Diz-se que duas preposições são equivalentes entre si quando elas possuem o mesmo valor lógico. A sentença logicamente equivalente a: “ Se Maria é médica, então Victor é professor” é:

(A) Se Victor não é professor então Maria não é médica
(B) Se Maria não é médica então Victor não é professor
(C) Se Victor é professor, Maria é médica
(D) Se Maria é médica ou Victor é professor
(E) Se Maria é médica ou Victor não é professor

08. (PREF. DE RIO DE JANEIRO – Administrador – PREF. DO RIO DE JANEIRO/2016) Uma proposição logicamente equivalente a “se eu não posso pagar um táxi, então vou de ônibus” é a seguinte:

(A) se eu não vou de ônibus, então posso pagar um táxi
(B) se eu posso pagar um táxi, então não vou de ônibus
(C) se eu vou de ônibus, então não posso pagar um táxi
(D) se eu não vou de ônibus, então não posso pagar um táxi

09. (PREF. DO RIO DE JANEIRO – Agente de Administração – PREF. DO RIO DE JANEIRO/2016) Uma proposição logicamente equivalente a “todo ato desonesto é passível de punição” é a seguinte:

(A) todo ato passível de punição é desonesto.
(B) todo ato não passível de punição é desonesto.
(C) se um ato não é passível de punição, então não é desonesto.
(D) se um ato não é desonesto, então não é passível de punição.

10. (TJ/PI – Analista Judiciário – FGV/2015) Considere a sentença: “Se gosto de capivara, então gosto de javali”.

Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

(A) Se não gosto de capivara, então não gosto de javali.
(B) Gosto de capivara e gosto de javali.
(C) Não gosto de capivara ou gosto de javali.
(D) Gosto de capivara ou não gosto de javali.
(E) Gosto de capivara e não gosto de javali.

RESPOSTAS

01. Resposta: B.
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
p: Estou feliz
q: passei no concurso
A equivalência ficaria:
Se não passei no concurso, então não estou feliz.

02. Resposta: E.
Temos $p \rightarrow q$ e a equivalência pode ser: “$\sim q \rightarrow \sim p$” ou “$\sim p \vee q$”
P: Marcos treina
Q: ele vence a competição
Marcos não treina ou ele vence a competição

03. Resposta: Certo.
Uma dica é que <u>normalmente</u> quando tem vírgula é condicional, não é regra, mas acontece quando você não acha o conectivo.

04. Resposta: C.
Temos $p \rightarrow q$ e a equivalência pode ser: “$\sim q \rightarrow \sim p$” ou “$\sim p \vee q$”
~p: Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense
$\sim q \rightarrow \sim p$: Se Joana não é torcedora da Chapecoense, então Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense
$\sim p \vee q$: Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense ou Joana é torcedora da Chapecoense.

05. Resposta: E.
Equivalência: $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
Para negar Todos:
Pelo menos faz o contrário, ou seja, no nosso caso, pelo menos uma flor não é vermelha
~p: Pelo menos uma flor não é vermelha
Se o jardim não é bonito, então pelo menos uma flor não é vermelha.

06. Resposta: C.
Nega as duas e troca de lado.
Se não há fogo, então não há fumaça.

07. Resposta: A.
Nega as duas e troca de lado.
Se Victor não é professor, então Maria não é medica.

08. Resposta: A.
Temos p→q e a equivalência pode ser ~q→~p
~p∨q
Nesse caso, como temos apenas condicional nas alternativas.
Nega as duas e troca
p: não posso pagar um táxi
q: vou de ônibus
~p: Posso pagar um táxi
~q: Não vou de ônibus
Se não vou de ônibus, então posso pagar um táxi

09. Resposta: C.
Vamos pensar da seguinte maneira:
Se todo ato é desonesto, então é passível de punição
Temos p→q e a equivalência pode ser: "~q→~p" ou "~p∨q"
Nesse caso, as alternativas nos mostram condicional.
Se um ato não é passível de punição, então não é desonesto.

10. Resposta: C.
Lembra da tabela da teoria??

p	q	p→q	~p	~p∨q
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Então
p: Gosto de capivara
q: Gosto de javali

Temos p→q e a equivalência pode ser ~q→~p, mas não temos essa opção.
Portanto, deve ser ~p∨q
Não gosto de capivara ou gosto de javali.

Referências
ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

LEIS DE DEMORGAN

Negação de uma proposição composta

Definição: Quando se nega uma proposição composta primitiva, gera-se outra proposição também composta e equivalente à negação de sua primitiva.

Ou seja, muitas vezes para os exercícios teremos que saber qual a equivalência da negação para compor uma frase, por exemplo.

Negação de uma conjunção (Lei de Morgan)
Para negar uma conjunção, basta negar as partes e trocar o conectivo conjunção pelo conectivo disjunção.
~(p ∧ q) ⇔ (~p∨ ♣ ~q)

p	q	~p	~q	p ∧ q	~(p ∧ q)	~p∨ ♣ ~q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Negação de uma disjunção (Lei de Morgan)

Para negar uma disjunção, basta negar as partes e trocar o conectivo-disjunção pelo conectivo-conjunção.

$\sim(p \vee\ \clubsuit\ q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

p	q	~p	~q	$p \vee\ \clubsuit\ q$	$\sim(p \vee\ \clubsuit\ q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Resumindo as negações, quando é conjunção nega as duas e troca por “ou”

Quando for disjunção, nega tudo e troca por “e”.

Negação de uma disjunção exclusiva

$\sim(p \vee\ \clubsuit\ q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Negação de uma condicional

Famoso MANE

Mantém a primeira e nega a segunda.

$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

p	q	$p \rightarrow q$	~q	$\sim(p \rightarrow q)$	$p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F

Negação de uma bicondicional

$\sim(p \leftrightarrow q) = \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee\ \clubsuit\ (q \wedge \sim p)]$

P	Q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	$\sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$[(p \wedge \sim q) \vee\ \clubsuit\ (q \wedge \sim p)]$
V	V	V	V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	F	F	F

Dupla negação (Teoria da Involução)

De uma proposição simples: $p \Leftrightarrow \sim(\sim p)$

P	~P	~ (~p)
V	F	V
F	V	F

b) De uma condicional: Definição: A dupla negação de uma condicional dá-se da seguinte forma: nega-se a 1ª parte da condicional, troca-se o conectivo-condicional pela disjunção e mantém-se a 2a parte.

Demonstração: Seja a proposição primitiva: $p \rightarrow q$ nega-se pela 1a vez: $\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$ nega-se pela 2a vez: $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee\ \clubsuit\ q$

Conclusão: Ao negarmos uma proposição primitiva duas vezes consecutivas, a proposição resultante será equivalente à sua proposição primitiva. Logo, $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee\ \clubsuit\ q$

QUESTÕES

01. (CORREIOS – Engenheiro de Segurança do Trabalho Júnior – IADES/2017) Qual é a negação da proposição "Engenheiros gostam de biológicas e médicos gostam de exatas."?

(A) Engenheiros não gostam de biológicas ou médicos não gostam de exatas.

(B) Engenheiros não gostam de biológicas e médicos gostam de exatas.

(C) Engenheiros não gostam de biológicas ou médicos gostam de exatas.

(D) Engenheiros gostam de biológicas ou médicos não gostam de exatas.

(E) Engenheiros não gostam de biológicas e médicos não gostam de exatas.

02. (ARTES - Agente de Fiscalização à Regulação de Transporte - Tecnologia de Informação - FCC/2017) A afirmação que corresponde à negação lógica da frase 'Vendedores falam muito e nenhum estudioso fala alto' é:

(A) 'Nenhum vendedor fala muito e todos os estudiosos falam alto'.

(B) 'Vendedores não falam muito e todos os estudiosos falam alto'.

(C) 'Se os vendedores não falam muito, então os estudiosos não falam alto'.

(D) 'Pelo menos um vendedor não fala muito ou todo estudioso fala alto'.

(E) 'Vendedores não falam muito ou pelo menos um estudioso fala alto'

03. (IGP/RS – Perito Criminal 0 FUNDATEC/2017) A negação da proposição "Todos os homens são afetuosos" é:

(A) Toda criança é afetuosa.

(B) Nenhum homem é afetuoso.

(C) Todos os homens carecem de afeto.

(D) Pelo menos um homem não é afetuoso.

(E) Todas as mulheres não são afetuosas.

04. (TRT – Analista Judiciário – FCC/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação: todos os programas foram limpos e nenhum vírus permaneceu, é:

(A) Se pelo menos um programa não foi limpo, então algum vírus não permaneceu.

(B) Existe um programa que não foi limpo ou pelo menos um vírus permaneceu.

(C) Nenhum programa foi limpo e todos os vírus permaneceram.

(D) Alguns programas foram limpos ou algum vírus não permaneceu.

(E) Se algum vírus permaneceu, então nenhum programa foi limpos.

05. (TRF 1ª REGIÃO – cargos de nível superior – CESPE/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada."

Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

A negação da proposição pode ser corretamente expressa por "Basta um de nós não mudar de ideia ou a decisão não será totalmente modificada".

( ) CERTO ( ) ERRADO

06. (TRF 1ª REGIÃO – Cargos de nível médio – CESPE/2017) A partir da proposição P: "Quem pode mais, chora menos.", que corresponde a um ditado popular, julgue o próximo item.

A negação da proposição P pode ser expressa por "Quem não pode mais, não chora menos"

( ) Certo ( ) Errado

07. (CFF – Analista de Sistema – INAZ DO PARÁ/2017) Dizer que não é verdade que "Todas as farmácias estão abertas" é logicamente equivalente a dizer que:

(A) "Toda farmácia está aberta".

(B) "Nenhuma farmácia está aberta".

(C) "Todas as farmácias não estão abertas".

(D) "Alguma farmácia não está aberta".

(E) "Alguma farmácia está aberta".

08. (TRT 7ª REGIÃO – Conhecimentos básicos cargos 1, 2, 7 e 8 – CESPE/2017) Texto CB1A5AAA – Proposição P

A empresa alegou ter pago suas obrigações previdenciárias, mas não apresentou os comprovantes de pagamento; o juiz julgou, pois, procedente a ação movida pelo ex-empregado.

Proposição Q: A empresa alegou ter pago suas obrigações previdenciárias, mas não apresentou os comprovantes de pagamento.

A proposição Q, anteriormente apresentada, está presente na proposição P do texto CB1A5AAA.

A negação da proposição Q pode ser expressa por:

(A) A empresa não alegou ter pago suas obrigações previdenciárias ou apresentou os comprovantes de pagamento.

(B) A empresa alegou ter pago suas obrigações previdenciárias ou não apresentou os comprovantes de pagamento.

(C)A empresa alegou ter pago suas obrigações previdenciárias e apresentou os comprovantes de pagamento.

(D) A empresa não alegou ter pago suas obrigações previdenciárias nem apresentou os comprovantes de pagamento.

09. (DPE/RS – Analista – FCC/2017) Considere a afirmação:

Ontem trovejou e não choveu.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta afirmação é

(A) se ontem não trovejou, então não choveu.

(B) ontem trovejou e choveu.

(C) ontem não trovejou ou não choveu.

(D) ontem não trovejou ou choveu.

(E) se ontem choveu, então trovejou.

10. (DPE/RS – Analista – FCC/2017) Considere a afirmação:

Se sou descendente de italiano, então gosto de macarrão e gosto de parmesão.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta afirmação é

(A) Sou descendente de italiano e, não gosto de macarrão ou não gosto de parmesão.

(B) Se não sou descendente de italiano, então não gosto de macarrão e não gosto de parmesão.

(C) Se gosto de macarrão e gosto de parmesão, então não sou descendente de italiano.

(D) Não sou descendente de italiano e, gosto de macarrão e não gosto de parmesão.

(E) Se não gosto de macarrão e não gosto de parmesão, então não sou descendente de italiano.

RESPOSTAS

01. Resposta: A.
Nega as duas e muda o conectivo para ou
|Engenheiros não gostam de biológicas OU médicos não gostam de exatas.

02. Resposta: E.
Nega as duas e coloca ou.
Vendedores não falam muito
Para negar nenhum, devemos colocar pelo menos e a afirmativa
Pelo menos um estudioso fala muito.

OBS: Se fosse Todos a negação seria pelo menos 1 estudioso não fala muito.

03. Resposta: D.
Para negar todos, colocamos pelo menos um...
E negamos a frase.
Pelo menos um homem não é afetuoso.
04. Resposta:B.
Negação de Todos: Pelo menos um (existe um, alguns) e a negação:
Pelo menos um programa não foi limpo.
Negação de nenhum : pelo menos um e a afirmação.
Pelo menos um vírus permaneceu.
Ou
Alguns vírus permaneceram.
05. Resposta: Errado.
CUIDADO!
O basta traz sentido de condicional.
Se um de nós mudar de ideia, então a decisão será totalmente modificada.
Portanto, mantém a primeira e nega a segunda (MANÈ)
Basta um de nós mudar de ideia e a decisão não será totalmente modificada.

06. Resposta: Errado.
Negação de uma condicional: mantém a primeira e nega a segunda.

07. Resposta: D.
Para negar todos: pelo menos uma, alguma, existe uma
Alguma farmácia não está aberta.
08. Resposta: A.
Nega as duas e troca por "e" por "ou"
A empresa <u>não</u> alegou ter pago suas obrigações previdenciárias <u>ou</u> apresentou os comprovantes de pagamento.

09. Resposta: D.
Negação de ontem trovejou: ontem não trovejou
Negação de não choveu: choveu
Ontem não trovejou ou choveu.

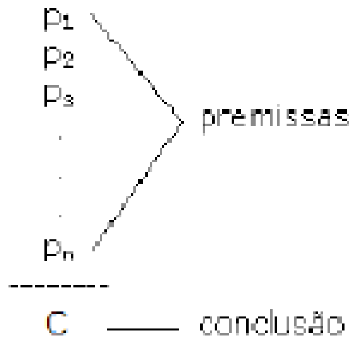
10. Resposta: A.
Negação de condicional: mantém a primeira e nega a segunda.
Negação de conjunção: nega as duas e troca "e" por "ou"
Vamos fazer primeiro a negação da conjunção: gosto de macarrão e gosto de parmesão.
Não gosto de macarrão ou não gosto de parmesão.

Sou descendente de italiano e não gosto de macarrão ou não gosto de parmesão.

LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

ARGUMENTO

Argumento é uma relação que associa um conjunto de proposições (p1, p_2, p_3,... p_n), chamadas premissas ou hipóteses, e uma proposição C chamada conclusão. Esta relação é tal que a estrutura lógica das premissas acarretam ou tem como consequência a proposição C (conclusão).
O argumento pode ser representado da seguinte forma:



EXEMPLOS:
1. Todos os cariocas são alegres.
<u>Todas as pessoas alegres vão à praia</u>
Todos os cariocas vão à praia.
2. Todos os cientistas são loucos.
<u>Einstein é cientista</u>.
Einstein é louco!

Nestes exemplos temos o famoso silogismo categórico de forma típica ou simplesmente **silogismo**. Os silogismos são os argumentos que têm somente duas premissas e mais a conclusão, e utilizam os termos: **todo**, **nenhum** e **algum**, em sua estrutura.

ANALOGIAS

A analogia é uma das melhores formas para utilizar o raciocínio. Nesse tipo de raciocínio usa-se a comparação de uma situação conhecida com uma desconhecida. Uma analogia depende de três situações:
• os fundamentos precisam ser verdadeiros e importantes;
• a quantidade de elementos parecidos entre as situações deve ser significativo;
• não pode existir conflitos marcantes.

INFERÊNCIAS

A indução está relacionada a diversos casos pequenos que chegam a uma conclusão geral. Nesse sentido podemos definir também a indução fraca e a indução forte. Essa indução forte ocorre quando não existe grandes chances de que um caso discorde da premissa geral. Já a fraca refere-se a falta de sustentabilidade de um conceito ou conclusão.

DEDUÇÕES

ARGUMENTOS DEDUTIVOS E INDUTIVOS
Os argumentos podem ser classificados em dois tipos: **Dedutivos e Indutivos**.

1) O argumento será **DEDUTIVO** quando suas premissas fornecerem informações suficientes para comprovar a veracidade da conclusão, isto é, o argumento é dedutivo quando a conclusão é completamente derivada das premissas.

EXEMPLO:
Todo ser humano têm mãe.
Todos os homens são humanos.
Todos os homens têm mãe.

2) O argumento será **INDUTIVO** quando suas premissas não fornecerem o "apoio completo" para ratificar as conclusões. Portanto, nos argumentos indutivos, a conclusão possui informações que ultrapassam as fornecidas nas premissas. Sendo assim, não se aplica, então, a definição de argumentos válidos ou não válidos para argumentos indutivos.

EXEMPLO:
O Flamengo é um bom time de futebol.
O Palmeiras é um bom time de futebol.
O Vasco é um bom time de futebol.
O Cruzeiro é um bom time de futebol.
Todos os times brasileiros de futebol são bons.

Note que não podemos afirmar que todos os times brasileiros são bons sabendo apenas que 4 deles são bons.

Exemplo: (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:

"Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo."
"Existem crianças que são inteligentes."
Assim sendo, certamente é verdade que:

(A) Alguma criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
(B) Alguma criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
(C) Alguma criança não inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
(D) Toda criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
(E) Toda criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.

SOLUÇÃO:
Representando as proposições na forma de conjuntos (diagramas lógicos – ver artigo sobre diagramas lógicos) teremos:
"Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo."
"Existem crianças que são inteligentes."

Pelo gráfico, observamos claramente que se todas as crianças gostam de passear no metrô e existem crianças inteligentes, então **alguma criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente**. Logo, a alternativa correta é a opção B.

CONCLUSÕES

VALIDADE DE UM ARGUMENTO

Uma proposição é verdadeira ou falsa. No caso de um **argumento dedutivo** diremos que ele é **válido** ou **inválido**. Atente-se para o fato que todos os **argumentos indutivos** são **inválidos**, portanto não há de se falar em validade de argumentos indutivos.

A validade é uma propriedade dos argumentos que depende apenas da forma (estrutura lógica) das suas proposições (premissas e conclusões) e não do seu conteúdo.

Argumento Válido

Um argumento será **válido** quando a sua conclusão é uma **consequência obrigatória** de suas premissas. Em outras palavras, podemos dizer que quando um argumento é válido, a verdade de suas premissas deve garantir a verdade da conclusão do argumento. Isso significa que, se o argumento é válido, jamais poderemos chegar a uma conclusão falsa quando as premissas forem verdadeiras.

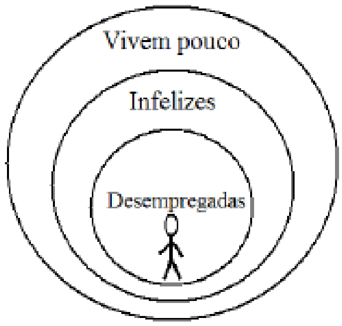
Exemplo: (CESPE) Suponha um argumento no qual as premissas sejam as proposições I e II abaixo.

I - Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz.
II - Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco.

Nesse caso, se a conclusão for a proposição "Mulheres desempregadas vivem pouco", tem-se um argumento correto.

SOLUÇÃO:
Se representarmos na forma de diagramas lógicos (ver artigo sobre diagramas lógicos), para facilitar a resolução, teremos:

I - Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz. = Toda mulher desempregada é infeliz.
II - Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco. = Toda mulher infeliz vive pouco.



Com isso, qualquer mulher que esteja no conjunto das desempregadas (ver boneco), automaticamente estará no conjunto das mulheres que vivem pouco. Portanto, se a conclusão for a proposição "Mulheres desempregadas vivem pouco", tem-se um argumento correto (correto = válido!).

Argumento Inválido

Dizemos que um argumento é **inválido**, quando a verdade das premissas não é suficiente para garantir a verdade da conclusão, ou seja, quando a conclusão não **é uma consequência obrigatória** das premissas.

Exemplo: (CESPE) É válido o seguinte argumento: Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita, mas (e) Ana não cometeu um crime perfeito, então Ana é suspeita.

SOLUÇÃO:

Representando as premissas do enunciado na forma de diagramas lógicos (ver artigo sobre diagramas lógicos), obteremos:

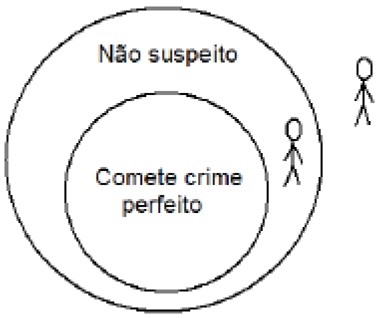
Premissas:

"Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita" = "Toda pessoa que comete um crime perfeito não é suspeita".

"Ana não cometeu um crime perfeito".

Conclusão:

"Ana é suspeita". (Não se "desenha" a conclusão, apenas as premissas!)



O fato do enunciado ter falado apenas que "Ana não cometeu um crime perfeito", não nos diz se ela é suspeita ou não. Por isso temos duas possibilidades (ver bonecos). Logo, a questão está errada, pois não podemos afirmar, com certeza, que Ana é suspeita. Logo, o argumento é **inválido**.

EXERCICIOS:

(TJ-AC - Analista Judiciário - Conhecimentos Básicos - Cargos 1 e 2 - CESPE/2012) (10 a 13)

Considerando que as proposições lógicas sejam representadas por letras maiúsculas, julgue os próximos itens, relativos a lógica proposicional e de argumentação.

1. A expressão $[(P \rightarrow Q) \vee P] \rightarrow Q$ é uma tautologia.

A) Certo

B) Errado

Resposta: B.

Fazendo a tabela verdade:

P	Q	P→Q	(P→Q) V P	[(P→Q) V P]→Q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	F

Portanto não é uma tautologia.

2. As proposições "Luiz joga basquete porque Luiz é alto" e "Luiz não é alto porque Luiz não joga basquete" são logicamente equivalentes.

A) Certo

B) Errado

Resposta: A.

São equivalentes por que "Luiz não é alto porque Luiz não joga basquete" nega as duas partes da proposição, a deixando equivalente a primeira.

3. A sentença "A justiça e a lei nem sempre andam pelos mesmos caminhos" pode ser representada simbolicamente por P∧Q, em que as proposições P e Q são convenientemente escolhidas.

A) Certo

B) Errado

Resposta: B.

Não, pois ^ representa o conectivo "e", e o "e" é usado para unir A justiça E a lei, e "A justiça" não pode ser considerada uma proposição, pois não pode ser considerada verdadeira ou falsa.

4. Considere que a tabela abaixo representa as primeiras colunas da tabela-verdade da proposição $(P \rightarrow Q) \wedge (\sim R)$.

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Logo, a coluna abaixo representa a última coluna dessa tabela-verdade.

*
F
V
F
F
F
V
F
V

A) Certo

B) Errado

Resposta: A.

Fazendo a tabela verdade:

P	Q	R	(P→Q)^(~R)
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	V

TJ-AC - Técnico Judiciário - Informática - CESPE/2012)

João e Pedro integram o mesmo partido, mas são desafetos políticos. João está disputando a eleição para prefeito da cidade. Pedro é deputado e pretende disputar a eleição para presidente da República. Cada partido pode apresentar somente um candidato ao cargo de presidente.

Na análise da situação eleitoral do partido, um jornalista fez as seguintes afirmações:

— Se João for eleito prefeito, demonstrará força política e disputará a eleição presidencial da República.

— Se João disputar a eleição presidencial da República, Pedro não a disputará.

— Se João não for eleito prefeito, tornar-se-á presidente do partido e não apoiará a candidatura de Pedro à eleição para presidente da República.

— Se o presidente do partido não apoiar a candidatura de Pedro, ele não disputará a eleição para presidente da República.

Com base na situação descrita acima, julgue o item a seguir.

5. O argumento cujas premissas correspondem às quatro afirmações do jornalista e cuja conclusão é “Pedro não disputará a eleição presidencial da República” é um argumento válido.

A) Certo
B) Errado

Resposta: A.

Argumento válido é aquele que pode ser concluído a partir das premissas, considerando que as premissas são verdadeiras então tenho que:

Se João for eleito prefeito ele disputará a presidência;

Se João disputar a presidência então Pedro não vai disputar;
Se João não for eleito prefeito se tornará presidente do partido e não apoiará a candidatura de Pedro à presidência;
Se o presidente do partido não apoiar Pedro ele não disputará a presidência.

(PRF - Nível Superior - Conhecimentos Básicos - Todos os Cargos - CESPE/2012)

Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: “Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças”.

Com base nessa argumentação, julgue os itens a seguir..

6. A proposição “Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade” é equivalente a “Se eu tenho um mínimo de maturidade, então não estou há 7 anos na faculdade e tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades”.

A) Certo
B) Errado
Resposta: B.
Equivalência de Condicional: P -> Q = ~ Q -> ~ P

Negação de Proposição: ~ (P ^ Q) = ~ P v ~ Q

P	Q	R	¬P	¬Q	¬R	P^¬Q	(P^¬Q) → ¬R	¬P^Q	R→ (¬P^Q)
V	V	V	F	F	F	F	V	F	F
V	V	F	F	F	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F	**V**	**F**	F	F
V	F	F	F	V	V	**V**	V	F	V
F	V	V	V	F	F	F	V	**V**	V
F	V	F	V	F	V	F	V	**V**	V
F	F	V	V	V	F	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	F	V	F	V

Portanto não são equivalentes.

7. Considere as seguintes proposições: "Tenho 25 anos", "Moro com você e papai", "Dou despesas a vocês" e "Dependo de mesada". Se alguma dessas proposições for falsa, também será falsa a proposição "Se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade".

A) Certo
B) Errado

Resposta: A.
(A^B^C^D) E
Ora, se A ou B ou C ou D estiver falsa como afirma o enunciado, logo torna a primeira parte da condicional falsa, (visto que trata-se da conjunção) tornando- a primeira parte da condicional falsa, logo toda a proposição se torna verdadeira.

8. A proposição "Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança" é equivalente a "Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança".

A) Certo
B) Errado

Resposta: A.
A = Se não ajo como um homem da minha idade,
B = sou tratado como criança,
C= se não tenho um mínimo de maturidade

A	B	C	~A	~C	(~A → B)	(~C → B)	(~A v ~ C)	(~A→ B) ^ (~ C→ B)	(~A v ~ C)→ B
V	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	F	F
F	V	V	V	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F	V	F	F

De acordo com a tabela verdade são equivalentes.

Argumentos

Um argumento é um conjunto finito de premissas (proposições), sendo uma delas a consequência das demais. Tal premissa (proposição), que é o resultado dedutivo ou consequência lógica das demais, é chamada conclusão. Um argumento é uma fórmula: P1 ∧ P2 ∧ ... ∧ Pn → Q

OBSERVAÇÃO: A fórmula argumentativa P1 ∧ P2 ∧ ... ∧ Pn → Q, também poderá ser representada pela seguinte forma:

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ \underline{P_n} \\ Q \end{array}$$

Argumentos válidos

Um argumento é válido quando a conclusão é verdadeira (V), sempre que as premissas forem todas verdadeiras (V). Dizemos, também, que um argumento é válido quando a conclusão é uma consequência obrigatória das verdades de suas premissas.

Argumentos inválidos

Um argumento é dito inválido (ou falácia, ou ilegítimo ou mal construído), quando as verdades das premissas são insuficientes para sustentar a verdade da conclusão. Caso a conclusão seja falsa, decorrente das insuficiências geradas pelas verdades de suas premissas, tem-se como conclusão uma contradição (F).

Métodos para testar a validade dos argumentos

(IFBA – Administrador – FUNRIO/2016) Ou João é culpado ou Antônio é culpado. Se Antônio é inocente então Carlos é inocente. João é culpado se e somente se Pedro é inocente. Ora, Pedro é inocente. Logo:

(A) Pedro e Antônio são inocentes e Carlos e João são culpados.
(B) Pedro e Carlos são inocentes e Antônio e João são culpados.
(C) Pedro e João são inocentes e Antônio e Carlos são culpados.
(D) Antônio e Carlos são inocentes e Pedro e João são culpados.
(E) Antônio, Carlos e Pedro são inocentes e João é culpado.

Resposta: E.
Vamos começar de baixo pra cima.

Ou João é culpado ou Antônio é culpado.
Se Antônio é inocente então Carlos é inocente
João é culpado se e somente se Pedro é inocente
Ora, Pedro é inocente
(V)

Sabendo que Pedro é inocente,
João é culpado se e somente se Pedro é inocente
João é culpado, pois a bicondicional só é verdadeira se ambas forem verdadeiras ou ambas falsas.
João é culpado se e somente se Pedro é inocente
(V) (V)
Ora, Pedro é inocente
(V)
Sabendo que João é culpado, vamos analisar a primeira premissa
Ou João é culpado ou Antônio é culpado.
Então, Antônio é inocente, pois a disjunção exclusiva só é verdadeira se apenas uma das proposições for.

Se Antônio é inocente então Carlos é inocente
Carlos é inocente, pois sendo a primeira verdadeira, a condicional só será verdadeira se a segunda proposição também for.

Então, temos:
Pedro é inocente, João é culpado, Antônio é inocente e Carlos é inocente.

QUESTÕES

01. (PREF. DE SALVADOR – Técnico de Nível Superior – FGV/2017) Carlos fez quatro afirmações verdadeiras sobre algumas de suas atividades diárias:

- De manhã, ou visto calça, ou visto bermuda.
- Almoço, ou vou à academia.
- Vou ao restaurante, ou não almoço.
- Visto bermuda, ou não vou à academia.

Certo dia, Carlos vestiu uma calça pela manhã.

É correto concluir que Carlos:

(A) almoçou e foi à academia.
(B) foi ao restaurante e não foi à academia.
(C) não foi à academia e não almoçou.
(D) almoçou e não foi ao restaurante.
(E) não foi à academia e não almoçou.

02. (TRT 12ª REGIÃO – Analista Judiciário- FGV/2017) Sabe-se que:

- Se X é vermelho, então Y não é verde.
- Se X não é vermelho, então Z não é azul.
- Se Y é verde, então Z é azul.

Logo, deduz-se que:

(A) X é vermelho;
(B) X não é vermelho;
(C) Y é verde;
(D) Y não é verde;
(E) Z não é azul.

03. (PC/AC – Agente de Polícia Civil – IBADE/2017) Sabe-se que se Zeca comprou um apontador de lápis azul, então João gosta de suco de laranja. Se João gosta de suco de laranja, então Emílio vai ao cinema. Considerando que Emílio não foi ao cinema, pode-se afirmar que:

(A) Zeca não comprou um apontador de lápis azul.
(B) Emílio não comprou um apontador de lápis azul.
(C) Zeca não gosta de suco de laranja.
(D) João não comprou um apontador de lápis azul.
(E) Zeca não foi ao cinema.

04. (UFSBA – Administrador – UFMT/2017) São dados os seguintes argumentos:

ARGUMENTO 1

P1: Iracema não gosta de acarajé ou Iracema não é soteropolitana.
P2: Iracema é soteropolitana.
C:
ARGUMENTO 2
P1: Se Aurélia não é ilheense, então Aurélia não é produtora de cacau.
P2: Aurélia não é ilheense.
C:

ARGUMENTO 3
P1: Lucíola é bailarina ou Lucíola é turista.
P2: Lucíola não é bailarina.
C:

ARGUMENTO 4
P1: Se Cecília é baiana, então Cecília gosta de vatapá.
P2: Cecília não gosta de vatapá.
C:

Pode-se inferir que
(A) Lucíola é turista.
(B) Cecília é baiana.
(C) Aurélia é produtora de cacau.
(D) Iracema gosta de acarajé.

05. (COPERGAS/PE – Auxiliar Administrativo – FCC/2016) Considere verdadeiras as afirmações a seguir:

I. Laura é economista ou João é contador.
II. Se Dinorá é programadora, então João não é contador.
III. Beatriz é digitadora ou Roberto é engenheiro.
IV. Roberto é engenheiro e Laura não é economista.

A partir dessas informações é possível concluir, corretamente, que :

(A) Beatriz é digitadora.
(B) João é contador.
(C) Dinorá é programadora.
(D) Beatriz não é digitadora.
(E) João não é contador.

06. (MPE/RJ – Analista do Ministério Público – FGV/2016) Sobre as atividades fora de casa no domingo, Carlos segue fielmente as seguintes regras:

- Ando ou corro.
- Tenho companhia ou não ando.
- Calço tênis ou não corro.

Domingo passado Carlos saiu de casa de sandálias.
É correto concluir que, nesse dia, Carlos:

(A) correu e andou;
(B) não correu e não andou;
(C) andou e não teve companhia;
(D) teve companhia e andou;
(E) não correu e não teve companhia.

07. (PREF. DE SÃO PAULO – Assistente de Gestão de Políticas Públicas – CESPE/2016) As proposições seguintes constituem as premissas de um argumento.

• Bianca não é professora.
• Se Paulo é técnico de contabilidade, então Bianca é professora.
• Se Ana não trabalha na área de informática, então Paulo é técnico de contabilidade.
• Carlos é especialista em recursos humanos, ou Ana não trabalha na área de informática, ou Bianca é professora.

Assinale a opção correspondente à conclusão que torna esse argumento um argumento válido.
(A) Carlos não é especialista em recursos humanos e Paulo não é técnico de contabilidade.
(B) Ana não trabalha na área de informática e Paulo é técnico de contabilidade.
(C) Carlos é especialista em recursos humanos e Ana trabalha na área de informática.
(D) Bianca não é professora e Paulo é técnico de contabilidade.
(E) Paulo não é técnico de contabilidade e Ana não trabalha na área de informática.

08. (PREF. DE SÃO GONÇALO – Analista de Contabilidade – BIORIO/2016) Se Ana gosta de Beto, então Beto ama Carla. Se Beto ama Carla, então Débora não ama Luiz. Se Débora não ama Luiz, então Luiz briga com Débora. Mas Luiz não briga com Débora. Assim:

(A) Ana gosta de Beto e Beto ama Carla.
(B) Débora não ama Luiz e Ana não gosta de Beto.
(C) Débora ama Luiz e Ana gosta de Beto.
(D) Ana não gosta de Beto e Beto não ama Carla.
(E) Débora não ama Luiz e Ana gosta de Beto.

09. (PREF. DE RIO DE JANEIRO – Administrador – PREF. DO RIO DE JANEIRO/2016) Considerem-se verdadeiras as seguintes proposições:

P1: André não gosta de chuchu ou Bruno gosta de beterraba.
P2: Se Bruno gosta de beterraba, então Carlos não gosta de jiló.
P3: Carlos gosta de jiló e Daniel não gosta de cenoura.

Assim, uma conclusão necessariamente verdadeira é a seguinte:

(A) André não gosta de chuchu se, e somente se, Daniel gosta de cenoura.
(B) Se André não gosta de chuchu, então Daniel gosta de cenoura.
(C) Ou André gosta de chuchu ou Daniel não gosta de cenoura.
(D) André gosta de chuchu ou Daniel gosta de cenoura.

10. (DPU – Agente Administrativo – CESPE/2016) Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.

• Quando chove, Maria não vai ao cinema.
• Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.
• Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.
• Quando Fernando está estudando, não chove.
• Durante a noite, faz frio.

Tendo como referência as proposições apresentadas, julgue o item subsecutivo.
Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.
( )CERTO ( ) ERRADO

RESPOSTAS

01. Resposta: B.
▪ De manhã, ou visto calça, ou visto bermuda.
▪ Almoço, ou <u>vou à academia</u>.
V f
▪ Vou ao restaurante, ou não almoço.
V F
▪ <u>Visto bermuda</u>, ou não vou à academia.
F V

02. Resposta: D.
Vamos tentar fazendo que X é vermelho para ver se todos vão ter valor lógico correto.

• Se <u>X é vermelho</u>, então <u>Y não é verde</u>.
V V
• Se <u>Y é verde</u>, então <u>Z é azul</u>.
F F/V
• Se <u>X não é vermelho</u>, então <u>Z não é azul</u>.
F F/V

Se x não é vermelho:

• Se X é vermelho, então Y não é verde.
F V

• Se Y é verde, então Z é azul.
F F

• Se X não é vermelho, então Z não é azul.
V V

03. Resposta: A.

Considerando que Emílio não foi ao cinema:

Se João gosta de suco de laranja, então Emílio vai ao cinema.
F F

Zeca comprou um apontador de lápis azul, então João gosta de suco de laranja.
F F

04. Resposta: A.

Vamos analisar por alternativa, pois fica mais fácil que analisar cada argumento.

OBS: Como a alternativa certa é a A, analisarei todas as alternativas, para mostrar o porquê de ser essa a correta.

(A) Lucíola é turista.
Eu acho mais fácil fazer sempre com as premissas verdadeiras.
ARGUMENTO 3
P1: Lucíola é bailarina ou Lucíola é turista.
F V
P2: Lucíola não é bailarina.(V)

(B) Cecília é baiana
P1: Se Cecília é baiana, então Cecília gosta de vatapá.
V F
P2: Cecília não gosta de vatapá.

Mas se Cecília não gosta de vatapá a P2 seria incorreta, por isso não é essa alternativa.

(C) Aurélia é produtora de cacau
P1: Se Aurélia não é ilheense, então Aurélia não é produtora de cacau.
F F
P2: Aurélia não é ilheense.
Aurélia seria ilheense.

(D) Iracema gosta de acarajé.
P1: Iracema não gosta de acarajé ou Iracema não é soteropolitana.
F V
P2: Iracema é soteropolitana.(F)
Também entrou em contradição.

05. Resposta: B.

Começamos sempre pela conjunção.

IV. Roberto é engenheiro e Laura não é economista.
V V

I. Laura é economista ou João é contador.
F V

II. Se Dinorá é programadora, então João não é contador.
F F

III. Beatriz é digitadora ou Roberto é engenheiro.
V/F V

06. Resposta: D.

- Calço tênis ou não corro.
F V

- Ando ou corro.
V F
- Tenho companhia ou não ando.
V F

Resumindo: ele calçou sandálias, andou e teve companhia.

07. Resposta: C.

• Bianca não é professora.(V)

• Se Paulo é técnico de contabilidade, então Bianca é professora.
F F

• Se Ana não trabalha na área de informática, então Paulo é técnico de contabilidade.
F F

• Carlos é especialista em recursos humanos,
V
ou Ana não trabalha na área de informática, ou Bianca é professora.
F F

08. Resposta: D.

Sabendo que Luiz não briga com Débora

Se Débora não ama Luiz, então Luiz briga com Débora.
F F
. Se Beto ama Carla, então Débora não ama Luiz
F F
Se Ana gosta de Beto, então Beto ama Carla.
F V

09 Resposta: C.

Vamos começar pela P3, pois é uma conjunção, assim é mais fácil definirmos o valor lógico de cada proposição.

Para a conjunção ser verdadeira, as duas proposições devem ser verdadeiras.

Portanto:
Carlos gosta de jiló.
Daniel não gosta de cenoura.
P2: Se Bruno gosta de beterraba, então Carlos não gosta de jiló.
Carlos não gosta de jiló. (F)

e par a condicional ser verdadeira a primeira também deve ser falsa.

Bruno gosta de beterraba. (F)

P1: André não gosta de chuchu ou Bruno gosta de beterraba.

A segunda é falsa, e para a disjunção ser verdadeira, a primeira é verdadeira.

André não gosta de chuchu. (V).

Vamos enumerar as verdadeiras:
1- Carlos gosta de jiló.
2-Daniel não gosta de cenoura.
3-Bruno não gosta de beterraba
4-André não gosta de chuchu

(A) na bicondicional, as duas deveriam ser verdadeiras, ou as duas falsas

(B) como a primeira proposição é verdadeira, a segunda também deveria ser.

(D) Como a primeira é falsa, a segunda deveria ser verdadeira.

10.Resposta: Errado

• Durante a noite, faz frio.
V

• Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.
F F

• Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.
V V

• Quando chove, Maria não vai ao cinema.
F F

• Quando Fernando está estudando, não chove.
V/F V

Portanto, Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.

Não tem como ser julgado.

Proposição

Definição: Todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.

Nossa professora, bela definição!

Não entendi nada!

Vamos pensar que para ser proposição a frase tem que fazer sentido, mas não só sentido no nosso dia a dia, mas também no sentido lógico.

Para uma melhor definição dentro da lógica, para ser proposição, temos que conseguir julgar se a frase é verdadeira ou falsa.

Exemplos:

(A) A Terra é azul.

Conseguimos falar se é verdadeiro ou falso? Então é uma proposição.

(B) $\sqrt{2}>2$

Como $\sqrt{2}\approx1{,}41$, então a proposição tem valor lógico falso.

Todas elas exprimem um fato.

Agora, vamos pensar em uma outra frase:

O dobro de 1 é 2?

Sim, correto?

Correto. Mas é uma proposição?

Não! Porque sentenças interrogativas, não podemos declarar se é falso ou verdadeiro.

Bruno, vá estudar.

É uma declaração imperativa, e da mesma forma, não conseguimos definir se é verdadeiro ou falso, portanto, não é proposição.

Passei!

Ahh isso é muito bom, mas infelizmente, não podemos de qualquer forma definir se é verdadeiro ou falso, porque é uma sentença exclamativa.

Vamos ver alguns princípios da lógica:

I. Princípio da não Contradição: uma proposição não pode ser verdadeira "e" falsa ao mesmo tempo.

II. Princípio do Terceiro Excluído: toda proposição "ou" é verdadeira "ou" é falsa, isto é, verifica-se sempre um desses casos e nunca um terceiro caso.

Valor Lógico das Proposições

Definição: Chama-se valor lógico de uma proposição a verdade, se a proposição é verdadeira (V), e a falsidade, se a proposição é falsa (F).

Exemplo

p: Thiago é nutricionista.

V(p)= V essa é a simbologia para indicar que o valor lógico de p é verdadeira, ou

V(p)= F

Basicamente, ao invés de falarmos, é verdadeiro ou falso, devemos falar tem o valor lógico verdadeiro, tem valor lógico falso.

Classificação

Proposição simples: não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. São geralmente designadas pelas letras latinas minúsculas p,q,r,s...

E depois da letra colocamos ":"

Exemplo:

p: Marcelo é engenheiro

q: Ricardo é estudante

Proposição composta: combinação de duas ou mais proposições. Geralmente designadas pelas letras maiúsculas P, Q, R, S,...

Exemplo:

P: Marcelo é engenheiro e Ricardo é estudante.

Q: Marcelo é engenheiro ou Ricardo é estudante.

Se quisermos indicar quais proposições simples fazem parte da proposição composta:

P(p,q)

Se pensarmos em gramática, teremos uma proposição composta quando tiver mais de um verbo e proposição simples, quando tiver apenas 1. Mas, lembrando que para ser proposição, temos que conseguir definir o valor lógico.

Conectivos

Agora vamos entrar no assunto mais interessante: o que liga as proposições.

Antes, estávamos vendo mais a teoria, a partir dos conectivos vem a parte prática.

Definição

Palavras que se usam para formar novas proposições, a partir de outras.

Vamos pensar assim: conectivos? Conectam alguma coisa?

Sim, vão conectar as proposições, mas cada conetivo terá um nome, vamos ver?

-Negação

$$\begin{cases} \textit{extensa}: \text{não, é falso que, não é verdade que, é mentira que} \\ \textit{símbolo}: \sim, \quad \neg \end{cases}$$

Exemplo

p: Lívia é estudante.

~p: Lívia não é estudante.

q: Pedro é loiro.
¬q: É falso que Pedro é loiro.

r: Érica lê muitos livros.
~r: Não é verdade que Érica lê muitos livros.

s: Cecilia é dentista.
¬s: É mentira que Cecilia é dentista.

-Conjunção

extensa: "e", "nem", "mas também", "como também", "além de (disso, disto, daquilo)", "quanto" (depois de tanto), "bem como", "mas", "porém", "todavia", "entretanto", "no entanto", "senão", "não obstante", "contudo" etc.
Símbolo: $\wedge$

Nossa, são muitas formas de se escrever com a conjunção.
Não precisa decorar todos, alguns são mais usuais: "e", "mas", "porém"

Exemplos
p: Vinícius é professor.
q: Camila é médica.
$p \wedge q$: Vinícius é professor e Camila é médica.
$p \wedge q$: Vinícius é professor, mas Camila é médica.
$p \wedge q$: Vinícius é professor, porém Camila é médica.

- Disjunção

extensa: ..ou...
símbolo: $\vee$

p: Vitor gosta de estudar.
q: Vitor gosta de trabalhar

$p \vee q$: Vitor gosta de estudar ou Vitor gosta de trabalhar.

- Disjunção Exclusiva

Extensa: Ou...ou...
Símbolo: ∨ ♣

p: Vitor gosta de estudar.
q: Vitor gosta de trabalhar

p ∨ q Ou Vitor gosta de estudar ou Vitor gosta de trabalhar.

-Condicional

Extenso: Se...,então..., É necessário que, Condição necessária
Símbolo: $\rightarrow$
Exemplos
$p \rightarrow q$: Se chove, então faz frio.
$p \rightarrow q$: É suficiente que chova para que faça frio.
$p \rightarrow q$: Chover é condição suficiente para fazer frio.
$p \rightarrow q$: É necessário que faça frio para que chova.
$p \rightarrow q$: Fazer frio é condição necessária para chover.

-Bicondicional

Extenso: se, e somente se, ...
Símbolo: $\leftrightarrow$

p: Lucas vai ao cinema
q: Danilo vai ao cinema.

$p \leftrightarrow q$: Lucas vai ao cinema se, e somente se, Danilo vai ao cinema.

Referências
ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.

QUESTÕES

01. (IFBAIANO – Assistente em Administração – FCM/2017) Considere que os valores lógicos de p e q são V e F, respectivamente, e avalie as proposições abaixo.
I- p → ~(p ∨ ♣ ~q) é verdadeiro
II- ~p → ~p ∧ q é verdadeiro
III- p → q é falso
IV- ~(~p ∨ ♣ q) → p ∧ ~q é falso

Está correto apenas o que se afirma em:

(A) I e III.
(B) I, II e III.
(C) I e IV.
(D) II e III.
(E) III e IV.

02. (TERRACAP – Técnico Administrativo – QUADRIX/2017) Sabendo-se que uma proposição da forma "P→Q" — que se lê "Se P, então Q", em que P e Q são proposições lógicas — é Falsa quando P é Verdadeira e Q é Falsa, e é Verdadeira nos demais casos, assinale a alternativa que apresenta a única proposição Falsa.
(A) Se 4 é um número par, então 42 + 1 é um número primo.
(B) Se 2 é ímpar, então 22 é par.
(C) Se 7 × 7 é primo, então 7 é primo.
(D) Se 3 é um divisor de 8, então 8 é um divisor de 15.
(E) Se 25 é um quadrado perfeito, então 5 > 7.

03. (IFBAIANO – Assistente Social – FCM/2017) Segundo reportagem divulgada pela Globo, no dia 17/05/2017, menos de 40% dos brasileiros dizem praticar esporte ou atividade física, segundo dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad)/2015. Além disso, concluiu-se que o número de praticantes de esporte ou de atividade física cresce quanto maior é a escolaridade.
(Fonte: http://g1.globo.com/bemestar/noticia/menos-de-40-dos-brasileiros-dizem-praticar-esporte-ou-atividade-fisica-futebol-e-caminhada-lideram-praticas.ghtml. Acesso em: 23 abr. 2017).
Com base nessa informação, considere as proposições p e q abaixo:

p: Menos de 40% dos brasileiros dizem praticar esporte ou atividade física
q: O número de praticantes de esporte ou de atividade física cresce quanto maior é a escolaridade
Considerando as proposições p e q como verdadeiras, avalie as afirmações feitas a partir delas.

I- p ∧ q é verdadeiro
II- ~p ∨ ♣ ~q é falso
III- p ∨ ♣ q é falso
IV- ~p ∧ q é verdadeiro

Está correto apenas o que se afirma em:
(A) I e II.
(B) II e III.
(C) III e IV.
(D) I, II e III.
(E) II, III e IV.

04. (UFSBA - Administrador – UFMT /2017) Assinale a alternativa que NÃO apresenta uma proposição.

(A) Jorge Amado nasceu em Itabuna-BA.
(B) Antônio é produtor de cacau.
(C) Jorge Amado não foi um grande escritor baiano.
(D) Queimem os seus livros.

05. (EBSERH – Médico – IBFC/2017) Sabe-se que p, q e r são proposições compostas e o valor lógico das proposições p e q são falsos. Nessas condições, o valor lógico da proposição r na proposição composta {[q v (q ^ ~p)] v r} cujo valor lógico é verdade, é:

(A) falso
(B) inconclusivo
(C) verdade e falso
(D) depende do valor lógico de p
(E) verdade

06. (PREF. DE TANGUÁ/RJ – Fiscal de Tributos – MSCONCURSOS/2017) Qual das seguintes sentenças é classificada como uma proposição simples?
(A) Será que vou ser aprovado no concurso?
(B) Ele é goleiro do Bangu.
(C) João fez 18 anos e não tirou carta de motorista.
(D) Bashar al-Assad é presidente dos Estados Unidos.

07.(EBSERH – Assistente Administrativo – IBFC/2017) Assinale a alternativa incorreta com relação aos conectivos lógicos:

(A) Se os valores lógicos de duas proposições forem falsos, então a conjunção entre elas têm valor lógico falso.
(B) Se os valores lógicos de duas proposições forem falsos, então a disjunção entre elas têm valor lógico falso.
(C) Se os valores lógicos de duas proposições forem falsos, então o condicional entre elas têm valor lógico verdadeiro.
(D) Se os valores lógicos de duas proposições forem falsos, então o bicondicional entre elas têm valor lógico falso.
(E) Se os valores lógicos de duas proposições forem falsos, então o bicondicional entre elas têm valor lógico verdadeiro.

08. (DPU – Analista – CESPE/2016) Um estudante de direito, com o objetivo de sistematizar o seu estudo, criou sua própria legenda, na qual identificava, por letras, algumas afirmações relevantes quanto à disciplina estudada e as vinculava por meio de sentenças (proposições). No seu vocabulário particular constava, por exemplo:

P: Cometeu o crime A.
Q: Cometeu o crime B.
R: Será punido, obrigatoriamente, com a pena de reclusão no regime fechado.
S: Poderá optar pelo pagamento de fiança.

Ao revisar seus escritos, o estudante, apesar de não recordar qual era o crime B, lembrou que ele era inafiançável.

Tendo como referência essa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A proposição "Caso tenha cometido os crimes A e B, não será necessariamente encarcerado nem poderá pagar fiança" pode ser corretamente simbolizada na forma $(P \wedge Q) \rightarrow ((\sim R) \vee (\sim S))$.

( )Certo ( )Errado

09. (PREF. DE RIO DE JANEIRO/RJ – Administrador - PREF. DE RIO DE JANEIRO/2016) Considere-se a seguinte proposição: "Se chove, então Mariana não vai ao deserto". Com base nela é logicamente correto afirmar que:
(A) Chover é condição necessária e suficiente para Mariana ir ao deserto.
(B) Mariana não ir ao deserto é condição suficiente para chover.
(C) Mariana ir ao deserto é condição suficiente para chover.
(D) Não chover é condição necessária para Mariana ir ao deserto.

10. (PREF. DO RIO DE JANEIRO – Agente de Administração – PREF. DE RIO DE JANEIRO/2016) Considere-se a seguinte proposição:
P: João é alto ou José está doente.

O conectivo utilizado na proposição composta P chama-se:
(A) disjunção
(B) conjunção
(C) condicional
(D) bicondicional

RESPOSTAS

01. Resposta: D.
I- $p \rightarrow \sim(p \vee$ ♣ $\sim q)$
$(V) \rightarrow \sim(V \vee V)$
$V \rightarrow F$
F

II- $\sim p \rightarrow \sim p \wedge q$
$F \rightarrow F \wedge V$
$F \rightarrow F$
V

III- $p \rightarrow q$
$V \rightarrow F$
F

IV- $\sim(\sim p \vee$ ♣ $q) \rightarrow p \wedge \sim q$
$\sim(F \vee F) \rightarrow V \wedge V$
$V \rightarrow V$
$\rightarrow V$

02. Resposta:.E.
Vamos fazer por alternativa:
(A) $V \rightarrow V$
V

(B) $F \rightarrow V$
V
(C) $V \rightarrow V$
V

(D) $F \rightarrow F$
V

(E) $V \rightarrow F$
F

03. Resposta: A.
p∧q é verdadeiro
~p∨~q
F∨F
F
p∨q
V∨V
V
~p∧q
F∧V
F

04. Resposta: D.
As frases que você não consegue colocar valor lógico (V ou F) não são proposições.
Sentenças abertas, frases interrogativas, exclamativas, imperativas

05. Resposta: E.
Sabemos que p e q são falsas.
q∧~p =F
q∨(q∧~p)
F∨F
F
Como a proposição é verdadeira, R deve ser verdadeira para a disjunção ser verdadeira.

06. Resposta: D.
A única que conseguimos colocar um valor lógico.
A C é uma proposição composta.

07. Resposta: D.
Observe que as alternativas D e E são contraditórias, portanto uma delas é falsa.
Se as duas proposições têm o mesmo valor lógico, a bicondicional é verdadeira.

08. Resposta: Errado.
"...encarcerado nem poderá pagar fiança".
"Nem" é uma conjunção(∧)

09. Resposta: D.
Não pode chover para Mariana ir ao deserto.

10. Resposta: A.
O conectivo ou chama-se disjunção e também é representado simbolicamente por ∨ ♣

Tabela-verdade
Com a tabela-verdade, conseguimos definir o valor lógico de proposições compostas facilmente, analisando cada coluna.

Se tivermos uma proposição p, ela pode ter V(p)=V ou V(p)=F

p
V
F

Quando temos duas proposições, não basta colocar só VF, será mais que duas linhas.

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Observe, a primeira proposição ficou VVFF
E a segunda intercalou VFVF.
Vamos raciocinar, com uma proposição temos 2 possibilidades, com 2 proposições temos 4, tem que haver um padrão para se tornar mais fácil!
As possibilidades serão 2^n,
Onde:
n=número de proposições

p	q	r
V	V	V
V	F	V
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V
F	V	F
F	F	F

A primeira proposição, será metade verdadeira e metade falsa.
A segunda, vamos sempre intercalar VFVFVF.
E a terceira VVFFVVFF.

Agora, vamos ver a tabela verdade de cada um dos operadores lógicos?

-Negação

p	~p
V	F
F	V

Se estamos negando uma coisa, ela terá valor lógico oposto, faz sentido, não?

- Conjunção
Eu comprei bala e chocolate, só vou me contentar se eu tiver as duas coisas, certo?
Se eu tiver só bala não ficarei feliz, e nem se tiver só chocolate.
E muito menos se eu não tiver nenhum dos dois.

p	q	p ∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

-Disjunção
Vamos pensar na mesma frase anterior, mas com o conectivo "ou".
Eu comprei bala ou chocolate.
Eu comprei bala e também comprei o chocolate, está certo pois poderia ser um dos dois ou os dois.
Se eu comprei só bala, ainda estou certa, da mesma forma se eu comprei apenas chocolate.
Agora se eu não comprar nenhum dos dois, não dará certo.

p	q	p∨ ♣ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

-Disjunção Exclusiva

Na disjunção exclusiva é diferente, pois OU comprei chocolate OU comprei bala.

Ou seja, um ou outro, não posso ter os dois ao mesmo tempo.

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

-Condicional

Se chove, então faz frio.

Se choveu, e fez frio
Estamos dentro da possibilidade.(V)

Choveu e não fez frio
Não está dentro do que disse. (F)

Não choveu e fez frio..
Ahh tudo bem, porque pode fazer frio se não chover, certo?(V)

Não choveu, e não fez frio
Ora, se não choveu, não precisa fazer frio. (V)

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

-Bicondicional

Ficarei em casa, se e somente se, chover.

Estou em casa e está chovendo.
A ideia era exatamente essa. (V)

Estou em casa, mas não está chovendo.
Você não fez certo, era só pra ficar em casa se chovesse. (F)

Eu sai e está chovendo.
Aiaiai não era pra sair se está chovendo. (F)
Não estou em casa e não está chovendo.
Sem chuva, você pode sair, ta? (V)

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tentei deixar de uma forma mais simples, para entender a tabela verdade de cada conectivo, pois sei que será difícil para decorar, mas se você lembrar das frases, talvez fique mais fácil. Bons estudos! Vamos às questões!

Tautologia

Definição: Chama-se tautologia, toda proposição composta que terá a coluna inteira de valor lógico V.

Podemos ter proposições SIMPLES que são falsas e se a coluna da proposição composta for verdadeira é tautologia.

Vamos ver alguns exemplos.

A proposição $\sim(p \wedge p)$ é tautologia, pelo Princípio da não contradição. Está lembrado?

Princípio da não Contradição: uma proposição não pode ser verdadeira "e" falsa ao mesmo tempo.

P	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

A proposição $p \vee \sim p$ é tautológica, pelo princípio do Terceiro excluído.

Princípio do Terceiro Excluído: toda proposição "ou" é verdadeira "ou" é falsa, isto é, verifica-se sempre um desses casos e nunca um terceiro caso.

P	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Esses são os exemplos mais simples, mas normalmente conseguiremos resolver as questões com base na tabela verdade, por isso insisto que a tabela verdade dos operadores, têm que estar na "ponta da língua", quase como a tabuada da matemática.

Veremos outros exemplos

Exemplo 1

Vamos pensar nas proposições
P: João é estudante
Q: Mateus é professor
Se João é estudante, então João é estudante ou Mateus é professor.

Em simbologia: $p \rightarrow p \vee q$

P	Q	$p \vee q$	$p \rightarrow p \vee q$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

A coluna inteira da proposição composta deu verdadeiro, então é uma tautologia.

Exemplo 2
Com as mesmas proposições anteriores:
João é estudante ou não é verdade que João é estudante e Mateus é professor.
$p \vee \sim(p \wedge q)$

P	Q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Novamente, coluna deu inteira com valor lógico verdadeiro, é tautologia.

Exemplo 3
Se João é estudante ou não é estudante, então Mateus é professor.

P	Q	~p	p∨~p	p∨~p→q
V	V	F	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	F

Deu pelo menos uma falsa e agora?
Não é tautologia.

Referências
ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.

QUESTÕES

01. (UTFPR – Pedagogo – UTFPR/2017) Considere as seguintes proposições:
I) p ∧ ~p
II) p → ~p
III) p∨ ♣ ~p
IV) p →~q

Assinale a alternativa correta.
(A) Somente I e II são tautologias.
(B) Somente II é tautologia.
(C) Somente III é tautologia.
(D) Somente III e a IV são tautologias.
(E) Somente a IV é tautologia.

02 (FUNDAÇÃO HEMOCENTRO DE BRASILIA/DF – Administração – IADES/2017) Assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.
(A) p∨(q∨~p)
(B) (q→p) →(p→q)
(C) p→(p→q∧~q)
(D) p∨~q→(p→~q)
(E) p∨q→p∧q

RESPOSTAS

01. Resposta: C.

P ou a própria negação é tautologia.

02. Resposta: A.

Antes de entrar em desespero que tenha que fazer todas as tabela verdade, vamos analisar:
Provavelmente terá uma alternativa que tenha uma proposição com conectivo de disjunção e a negação: p∨~p
Logo na alternativa A, percebemos que temos algo parecido.
Para confirmar, podemos fazer a tabela verdade

DIAGRAMAS LÓGICOS

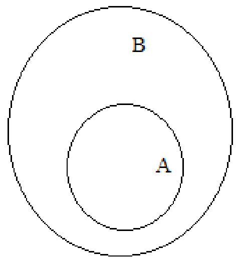
As questões de Diagramas lógicos envolvem as proposições categóricas (todo, algum, nenhum), cuja solução requer que desenhemos figuras, os chamados diagramas.

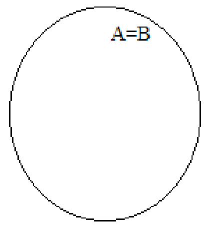
Definição das proposições

Todo A é B.

O conjunto A está contido no conjunto B, assim todo elemento de A também é elemento de B.

Podemos representar de duas maneiras:





Quando "todo A é B" é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?
Pensemos nessa frase: Toda criança é linda.

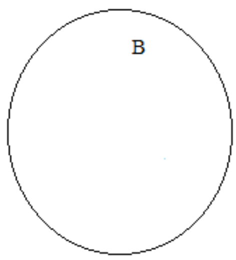
Nenhum A é B é necessariamente falsa.
Nenhuma criança é linda, mas eu não acabei de falar que TODA criança é linda? Por isso é falsa.

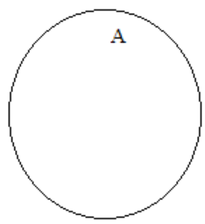
Algum A é B é necessariamente verdadeira
Alguma Criança é linda, sim, se todas são 1, 2, 3...são lindas.

Algum A não é B necessariamente falsa, pois A está contido em B.
Alguma criança não é linda, bem como já vimos impossível, pois todas são.

Nenhum A é B.

A e B não terão elementos em comum.





Quando "nenhum A é B" é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

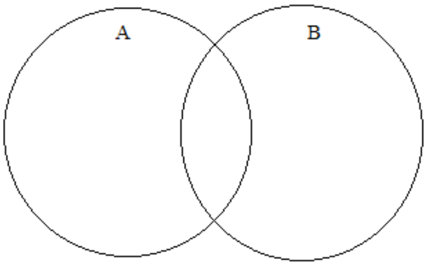
Frase: Nenhum cachorro é gato. (sim, eu sei. Frase extrema, mas assim é bom para entendermos..hehe)

Todo A é B é necessariamente falsa.
Todo cachorro é gato, faz sentido? Nenhum, não é?
Algum A é B é necessariamente falsa.
Algum cachorro é gato, ainda não faz sentido.
Algum A não é B necessariamente verdadeira.
Algum cachorro não é gato, ah sim espero que todos não sejam mas, se já está dizendo algum vou concordar.
Algum A é B.

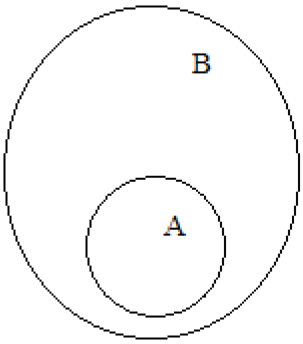
Quer dizer que há pelo menos 1 elemento de A em comum com o conjunto B.

Temos 4 representações possíveis:

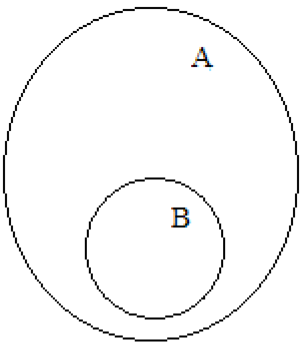
a) os dois conjuntos possuem uma parte dos elementos em comum.



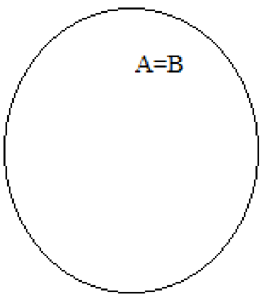
b) Todos os elementos de A estão em B.



c) Todos os elementos de B estão em A.



d) O conjunto A é igual ao conjunto B.



Quando “algum A é B” é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

Frase: Algum copo é de vidro.

Nenhum A é B é necessariamente falsa
Nenhum copo é de vidro, com frase fica mais fácil né? Porque assim, conseguimos ver que é falsa, pois acabei de falar que algum copo é de vidro, ou seja, tenho pelo menos 1 copo de vidro.

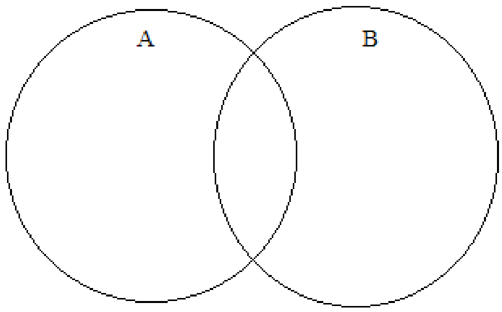
Todo A é B , não conseguimos determinar, podendo ser verdadeira ou falsa (podemos analisar também os diagramas mostrados nas figuras a e c)
Todo copo é de vidro.
Pode ser que sim, ou não.

Algum A não é B não conseguimos determinar, podendo ser verdadeira ou falsa(contradiz com as figuras b e d)
Algum copo não é de vidro, como não sabemos se todos os copos são de vidros, pode ser verdadeira.

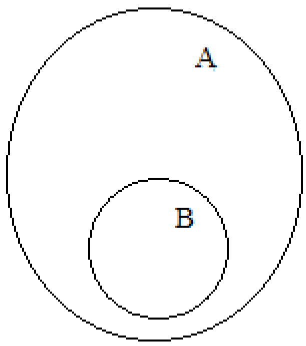
<u>Algum A não é B.</u>
O conjunto A tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto B.

Aqui teremos 3 modos de representar:

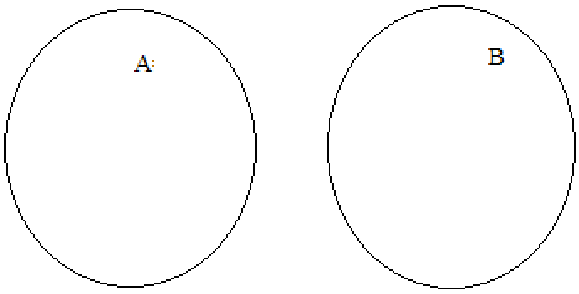
a) Os dois conjuntos possuem uma parte dos elementos em comum



b) Todos os elementos de B estão em A.



c) Não há elementos em comum entre os dois conjuntos



Quando "algum A não é B" é verdadeira, vamos ver como ficam os valores lógicos das outras?

Vamos fazer a frase contrária do exemplo anterior

Frase: Algum copo não é de vidro.

Nenhum A é B é indeterminada (contradição com as figuras a e b)

Nenhum copo é de vidro, algum não é, mas não sei se todos não são de vidro.

Todo A é B , é necessariamente falsa

Todo copo é de vidro, mas eu disse que algum copo não era.

Algum A é B é indeterminada

Algum copo é de vidro, não consigo determinar se tem algum de vidro ou não.

Quantificadores são elementos que, quando associados às sentenças abertas, permitem que as mesmas sejam avaliadas como verdadeiras ou falsas, ou seja, passam a ser qualificadas como sentenças fechadas.

O quantificador universal

O quantificador universal, usado para transformar sentenças (proposições) abertas em proposições fechadas, é indicado pelo símbolo "$\forall$", que se lê: "qualquer que seja", "para todo", "para cada".

Exemplo:

$(\forall x)(x + 2 = 6)$

Lê-se: "Qualquer que seja x, temos que x + 2 = 6" (falsa).

É falso, pois não podemos colocar qualquer x para a afirmação ser verdadeira.

O quantificador existencial

O quantificador existencial é indicado pelo símbolo "$\exists$" que se lê: "existe", "existe pelo menos um" e "existe um".

Exemplos:

$(\exists x)(x + 5 = 9)$

Lê-se: "Existe um número x, tal que x + 5 = 9" (verdadeira).

Nesse caso, existe um número, ahh tudo bem...claro que existe algum número que essa afirmação será verdadeira.

Ok?? Sem maiores problemas, certo?

Representação de uma proposição quantificada

$(\forall x)(x \in N)(x + 3 > 15)$

Quantificador: $\forall$

Condição de existência da variável: $x \in N$.

Predicado: $x + 3 > 15$.

$(\exists x)[(x + 1 = 4) \wedge (7 + x = 10)]$

Quantificador: $\exists$

Condição de existência da variável: não há.

Predicado: "$(x + 1 = 4) \wedge (7 + x = 10)$".

Negações de proposições quantificadas ou funcionais

Seja uma sentença $(\forall x)(A(x))$.

Negação: $(\exists x)(\sim A(x))$

Exemplo

$(\forall x)(2x-1=3)$

Negação: $(\exists x)(2x-1\neq 3)$

Seja uma sentença $(\exists x)(Q(x))$.

Negação: $(\forall x)(\sim Q(x))$.

$(\exists x)(2x-1=3)$

Negação: $(\forall x)(2x-1\neq 3)$

QUESTÕES

01. (UFES - Assistente em Administração – UFES/2017) Em um determinado grupo de pessoas:

• todas as pessoas que praticam futebol também praticam natação,
• algumas pessoas que praticam tênis também praticam futebol,
• algumas pessoas que praticam tênis não praticam natação.

É CORRETO afirmar que no grupo

(A) todas as pessoas que praticam natação também praticam tênis.
(B) todas as pessoas que praticam futebol também praticam tênis.
(C) algumas pessoas que praticam natação não praticam futebol.
(D) algumas pessoas que praticam natação não praticam tênis.
(E) algumas pessoas que praticam tênis não praticam futebol.

02. (TRT - 20ª REGIÃO /SE - Técnico Judiciário – FCC/2016) que todo técnico sabe digitar. Alguns desses técnicos sabem atender ao público externo e outros desses técnicos não sabem atender ao público externo. A partir dessas afirmações é correto concluir que:

(A) os técnicos que sabem atender ao público externo não sabem digitar.
(B) os técnicos que não sabem atender ao público externo não sabem digitar.
(C) qualquer pessoa que sabe digitar também sabe atender ao público externo.
(D) os técnicos que não sabem atender ao público externo sabem digitar.
(E) os técnicos que sabem digitar não atendem ao público externo.

03. (COPERGAS – Auxiliar Administrativo – FCC/2016) É verdade que existem programadores que não gostam de computadores. A partir dessa afirmação é correto concluir que:

(A) qualquer pessoa que não gosta de computadores é um programador.

(B) todas as pessoas que gostam de computadores não são programadores.

(C) dentre aqueles que não gostam de computadores, alguns são programadores.

(D) para ser programador é necessário gostar de computador.

(E) qualquer pessoa que gosta de computador será um bom programador.

04. (COPERGAS/PE - Analista Tecnologia da Informação - FCC/2016) É verdade que todo engenheiro sabe matemática. É verdade que há pessoas que sabem matemática e não são engenheiros. É verdade que existem administradores que sabem matemática. A partir dessas afirmações é possível concluir corretamente que:

(A) qualquer engenheiro é administrador.
(B) todos os administradores sabem matemática.
(C) alguns engenheiros não sabem matemática.
(D) o administrador que sabe matemática é engenheiro.
(E) o administrador que é engenheiro sabe matemática.

05. (CRECI 1ª REGIÃO/RJ – Advogado – MSCONCURSOS/2016) Considere como verdadeiras as duas premissas seguintes:

I – Nenhum professor é veterinário;
II – Alguns agrônomos são veterinários.

A partir dessas premissas, é correto afirmar que, necessariamente:

(A) Nenhum professor é agrônomo.
(B) Alguns agrônomos não são professores.
(C) Alguns professores são agrônomos.
(D) Alguns agrônomos são professores.

06. (EMSERH - Auxiliar Administrativo – FUNCAB/2016) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:

"Algum maranhense é pescador."
"Todo maranhense é trabalhador."

Assim pode-se afirmar, do ponto de vista lógico, que:

(A) Algum maranhense pescador não é trabalhador
(B) Algum maranhense não pescar não é trabalhador
(C) Todo maranhense trabalhadoré pescador
(D) Algum maranhense trabalhador é pescador
(E) Todo maranhense pescador não é trabalhador.

07. (PREF. DE RIO DE JANEIRO/RJ – Assistente Administrativo – PREF. DO RIO DE JANEIRO/2015) Em certa comunidade, é verdade que:

- todo professor de matemática possui grau de mestre;
- algumas pessoas que possuem grau de mestre gostam de empadão de camarão;
- algumas pessoas que gostam de empadão de camarão não possuem grau de mestre.

Uma conclusão necessariamente verdadeira é:

(A) algum professor de matemática gosta de empadão de camarão.

(B) nenhum professor de matemática gosta de empadão de camarão.

(C) alguma pessoa que gosta de empadão de camarão gosta de matemática.

(D) alguma pessoa que gosta de empadão de camarão não é professor de matemática.

08. (TJ/SP – Escrevente Técnico Judiciário – VUNESP/2015) Se todo estudante de uma disciplina A é também estudante de uma disciplina B e todo estudante de uma disciplina C não é estudante da disciplina B, e ntão é verdade que:

(A) algum estudante da disciplina A é estudante da disciplina C.
(B) algum estudante da disciplina B é estudante da disciplina C.
(C) nenhum estudante da disciplina A é estudante da disciplina C.
(D) nenhum estudante da disciplina B é estudante da disciplina A.
(E) nenhum estudante da disciplina A é estudante da disciplina B.

09. (TJ/SP – Escrevente Técnico Judiciário – VUNESP/2015) Considere verdadeira a seguinte afirmação: "Todos os primos de Mirian são escreventes".

Dessa afirmação, concluise corretamente que

(A) se Pâmela não é escrevente, então Pâmela não é prima de Mirian.
(B) se Jair é primo de Mirian, então Jair não é escrevente.
(C) Mirian é escrevente
(D) Mirian não é escrevente.
(E) se Arnaldo é escrevente, então Arnaldo é primo de Mirian

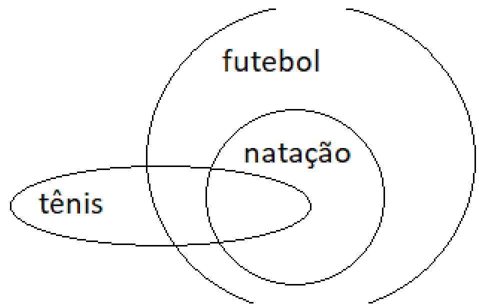
10. (DPE/MT – Assistente Administrativo – FGV/2015) Considere verdadeiras as afirmações a seguir.

• Existem advogados que são poetas.
• Todos os poetas escrevem bem.

Com base nas afirmações, é correto concluir que
(A) se um advogado não escreve bem então não é poeta.
(B) todos os advogados escrevem bem.
(C) quem não é advogado não é poeta.
(D) quem escreve bem é poeta.
(E) quem não é poeta não escreve bem.

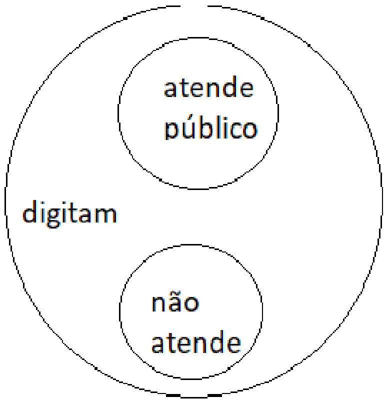
RESPOSTAS

01. Resposta: E.



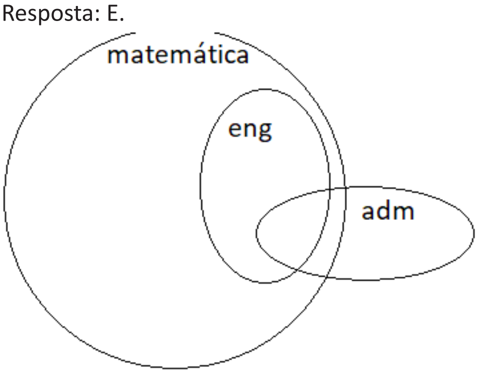
02. Resposta: D.

Podemos excluir as alternativas que falam que não sabem digitar, pois todos os técnicos sabem digitar.



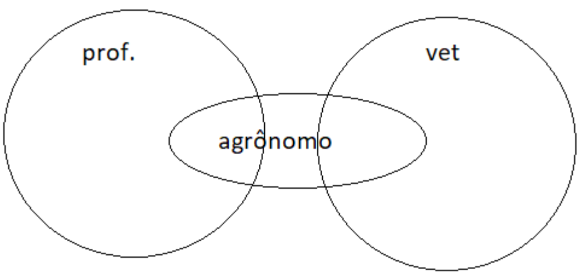
03. Resposta: C.

04. Resposta: E.

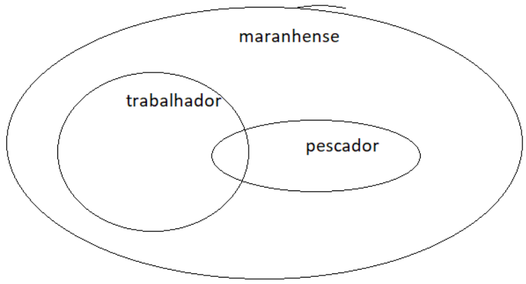


05. Resposta: B.

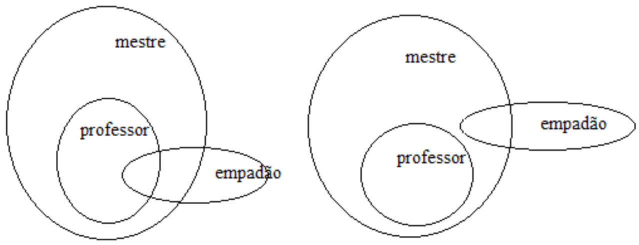
Alguns agrônomos são veterinários e podem ser só agrônomos.



06. Resposta: D.



07. Resposta: D.



Podemos ter esses dois modelos de diagramas:

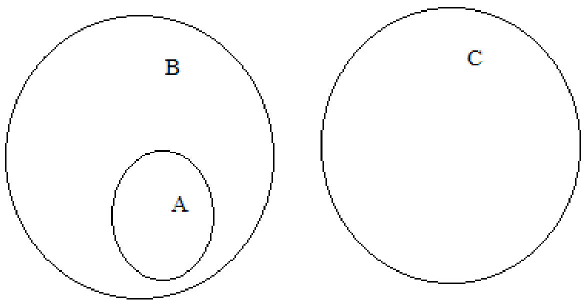
(A) não está claro se os mestres que gostam de empadão são professores ou não.

(B) podemos ter o primeiro diagrama

(C) pode ser o segundo diagrama.

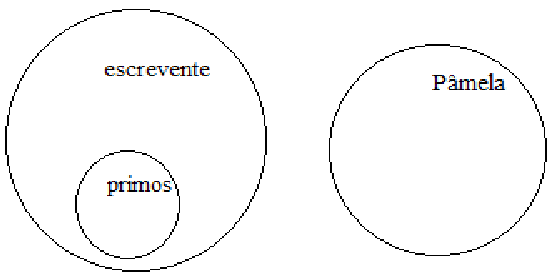
08. Resposta: C.

O diagrama C deve ficar para fora, pois todo estudante de C não é da disciplina B, ou seja, não tem ligação nenhuma.



Assim, os estudantes da disciplina A, também não fazem disciplina C e vice-versa.

09. Resposta: A.



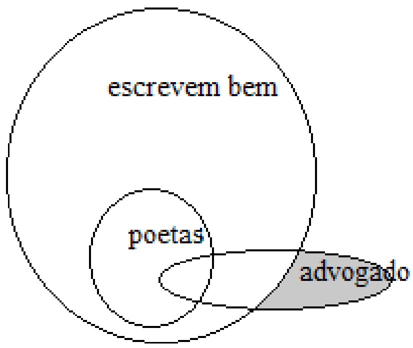
Como Pâmela não é escrevente, ela está em um diagrama a parte, então não é prima de Mirian.

Analisando as alternativas erradas:

(B) Todos os primos de primo são escrevente.
(C) e (D) Não sabemos se Mirian é escrevente ou não.
(E) Não necessariamente, pois há pessoas que são escreventes, mas não primos de Mirian.

10. Resposta: A.

Se o advogado não escreve bem, ele faz parte da área hachurada, portanto ele não é poeta.



Referências

Carvalho, S. Raciocínio Lógico Simplificado. Série Provas e Concursos, 2010.

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMA.

01. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Considere a sequência infinita

IBGEGBIBGEGBIBGEG...

A 2016ª e a 2017ª letras dessa sequência são, respectivamente:
(A) BG;
(B) GE;
(C) EG;
(D) GB;
(E) BI.

Resposta: E.

É uma sequência com 6
Cada letra equivale a sequência
I=1
B=2
G=3
E=4
G=5
B=0

2016/6=336 resta 0
2017/6=336 resta 1
Portanto, 2016 será a letra B, pois resta 0, será equivalente a última letra

E 2017 será a letra I, pois resta 1 e é igual a primeira letra.

02. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) A grandeza G é diretamente proporcional à grandeza A e inversamente proporcional à grandeza B. Sabe-se que quando o valor de A é o dobro do valor de B, o valor de G é 10.

Quando A vale 144 e B vale 40, o valor de G é:
(A) 15;
(B) 16;
(C) 18;
(D) 20;
(E) 24.

Resposta: C.

Se a grandeza G é diretamente proporcional a A, então G/A
E se é inversamente proporcional a B

$$G \cdot \frac{B}{A} = k$$

Quando A é o dobro de B:

$$10 \cdot \frac{B}{2B} = k$$

K=5

$$G \cdot \frac{40}{144} = 5$$

$$G = \frac{720}{40} = 18$$

03. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Sobre os números inteiros w, x, y e z, sabe-se quew > x > 2y > 3z.

Se z =2 , o valor mínimo de w é:
(A) 6;
(B) 7;
(C) 8;
(D) 9;
(E) 10.

Resposta: E.

Sabendo que z=2
3z=6
Como os números são inteiros, o possível para y =4
2y=8
Portanto, os menores possíveis são:
X=9
W=10

04. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Uma loja de produtos populares anunciou, para a semana seguinte, uma promoção com desconto de 30% em todos os seus itens. Entretanto, no domingo anterior, o dono da loja aumentou em 20% os preços de todos os itens da loja.

Na semana seguinte, a loja estará oferecendo um desconto real de:
(A) 10%;
(B) 12%;
(C) 15%;
(D) 16%;
(E) 18%.

Resposta: D.
Primeiramente, temos um aumento de 20%.
Se o valor do produto for x:
Aumento de 20%=1,2x
E sofreu um desconto de 30%
Como tem desconto de 30%, o fator multiplicativo é 1-0,3=0,7
1,2.0,7x=0,84x
Ou seja, o real desconto é de 1-0,84=0,16=16%

05. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Rubens percorreu o trajeto de sua casa até o trabalho com uma determinada velocidade média.

Rubinho, filho de Rubens, percorreu o mesmo trajeto com uma velocidade média 60% maior do que a de Rubens.

Em relação ao tempo que Rubens levou para percorrer o trajeto, o tempo de Rubinho foi:
(A) 12,5% maior;
(B)37,5% menor;
(C) 60% menor;
(D) 60% maior;
(E) 62,5% menor.

Resposta: B.
Rubens

$$V=\frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$\Delta S = V\Delta t$
Rubinho
$\Delta S = 1{,}6V\Delta t_2$
$V\Delta t = 1{,}6V\Delta t_2$

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t}=\frac{1}{1{,}6}=0{,}625$$

Como é 0,625, o tempo dele foi 1-0,625=0,375 menor.
0,375=37,5%

06. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Uma senha de 4 símbolos deve ser feita de forma a conter dois elementos distintos do conjunto {A, B, C, D, E} e dois elementos distintos do conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5}, em qualquer ordem. Por exemplo, a senha 2EC4 é uma das senhas possíveis.

Nesse sistema, o número de senhas possíveis é:
(A) 2400;
(B) 3600;
(C) 4000;
(D) 4800;
(E) 6400.

Resposta: B.
Pelo conjunto {A, B, C, D, E}
Como são 5 letras e 2 espaços

$$C_{5,2}=\frac{5!}{3!\,2!}=\frac{5\cdot4\cdot3!}{2\cdot3!}=10$$

Pelo conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5}
6 números para 2

$$C_{6,2}=\frac{6!}{2!\,4!}=\frac{6\cdot5\cdot4!}{2\cdot4!}=15$$

Como pode ser qualquer ordem, devemos ainda ter uma permutação dos 4 elementos
P4=4!=4 · 3 · 2 · 1=24
10 · 15 · 24=3600

07. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Quando contamos os números pares em ordem crescente de 1000 até 2500, o número 2016 ocupa a 509ª posição.

Quando contamos os números pares em ordem decrescente de 2500 até 1000, o número 2016 ocupa a posição:
(A) 240;
(B) 241;
(C) 242;
(D) 243;
(E) 244.

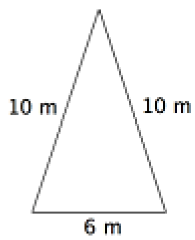
Resposta: D.
Éuma PA onde:

an=2016
a1=2500
r=-2(pois são os pares em ordem decrescente)

an=a1+(n-1)r
2016=2500+(n-1).(-2)

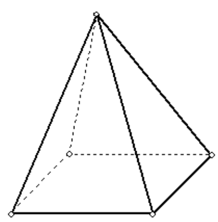
Cuidado com o jogo de sinal aqui
2016=2500-2n+2
2014=2500-2n
-486=-2n
N=243

08. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Uma pirâmide regular é construída com um quadrado de 6 m de lado e quatro triângulos iguais ao da figura abaixo.



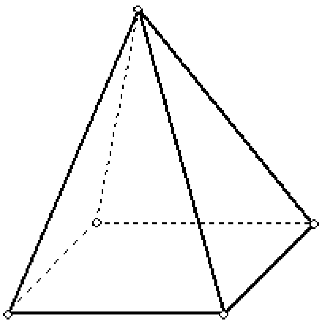
O volume dessa pirâmide em m³ é aproximadamente:
(A) 84;
(B) 90;
(C) 96;
(D) 108;
(E) 144.

Resposta: D.
A Pirâmide é formada por uma base quadrada e os 4 triângulos de lateral



$$V=\frac{1}{3}Ab\cdot H$$

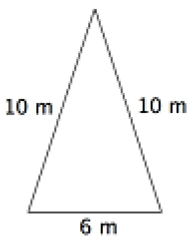
Para descobrimos a altura da pirâmide, vamos precisar da altura do triângulo



Vamos usar o triângulo retângulo
H é a altura da pirâmide
h=altura do triângulo
r=raio da base

$h^2=H^2+r^2$

Para descobrimos a altura do triângulo, fazer teorema de Pitágoras.



$10^2=3^2+h^2$
$100=9+h^2$
$91=h^2$

$h^2=H^2+r^2$
$91=H^2+3^2$
$H^2=91-9$
$H^2=82$

$$H=\sqrt{82}$$

$$V=\frac{1}{3}\cdot 36\cdot\sqrt{82}$$

Para $\sqrt{82}\approx 9$
$V=12\cdot 9=108\ m^3$

09. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Cinco pessoas estão sentadas em cinco cadeiras em linha, cada uma com uma moeda na mão. As moedas são todas bem equilibradas, de modo que a probabilidade de sair cara ou coroa em cada uma delas é 1/2. Em um determinado momento, as cinco pessoas jogam suas respectivas moedas. Aquelas que obtiverem cara continuam sentadas, e as que obtiverem coroa levantam-se. Após esse procedimento, a probabilidade de que NÃO haja duas pessoas adjacentes, ambas sentadas ou ambas de pé, é de:

(A) 1/2;
(B) 1/8;
(C) 1/16;
(D) 3/32;
(E) 5/32.

Resposta: C.

2 .2 .2 . 2.2=32

Para que não haja duas pessoas adjacentes sentadas ou de pé

Temos duas opções:
CA CO CA CO CA
CO CA CO CA CO

$$P=\frac{2}{32}=\frac{1}{16}$$

10. (IBGE - Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas – FGV/2016) Duas grandezas positivas X e Y são tais que, quando a primeira diminui de 1 unidade, a segunda aumenta de 2 unidades. Os valores iniciais dessas grandezas são X =50 e Y =36 . O valor máximo do produto P = XY é:

(A) 2312;
(B)2264;
(C)2216;
(D) 2180;
(E) 2124.

Resposta: A.
A cada número que diminuimos de 50, aumentamos 2 para o 36

$P=(50-n)(36+2n)$
$P=1800+64n-2n^2$
$\Delta=64^2-4.(-2).1800$
$\Delta=4096+14400=18496$
máximo$=-\Delta/4a$

$$Máximo=-\frac{18496}{4.(-2)}=\frac{18496}{8}=2312$$

11. (IFPE – Auxiliar em Administração – IFPE/2016) A unidade monetária de um determinado país é uno (U\$). O custo de um deputado federal nesse país é composto de

• salário;
• auxílio-moradia;
• cota de atividade parlamentar, que inclui passagens aéreas, fretamento de aeronaves, alimentação, assinatura de publicações e serviços de TV e internet, contratação de serviços de segurança, entre outros;
• verba para gabinete, utilizada para contratação de funcionários do deputado.

Sabe-se que o salário corresponde a um quinto do custo mensal de um parlamentar, enquanto que a cota de atividade parlamentar representa um quarto desse custo. Já o auxílio-moradia corresponde a um décimo do salário. Sabe-se, também, que a verba para o gabinete é U\$ 90.100,00. Sendo assim, qual o custo mensal de um deputado federal nesse país?

(A) U\$ 170.000,00
(B) U\$ 138.615,39
(C) U\$ 180.200,00
(D) U\$ 132.934,43
(E) U\$ 158.615,39

Resposta: A.
Sendo x o custo
Salário 1/5x
Cota: 1/4x
Auxílio moradia: 1/10 salário

$$\frac{1}{5}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{5}x+90100=x$$

Mmc=100

20x+25x+2x+9010000=100x
53x=9010000
X=170000

12. (CPRM – Técnico em Geociência $z=\frac{(20+\sqrt{2})^2-(20-\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}}$ pois das simplificações possíveis, o número será igual a

(A) 3.
(B) 40.
(C) 80.
(D) 400.
(E) 566.

$$(20+\sqrt{2})^2=400+40\sqrt{2}+2$$

$$(20-\sqrt{2})^2=400-40\sqrt{2}+2$$

$$400+40\sqrt{2}+2-(400-40\sqrt{2}+2)=80\sqrt{2}$$

$$\frac{80\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=80$$

13. (CPRM – Técnico em Geociências – CESPE/2016) Três caminhões de lixo que trabalham durante doze horas com a mesma produtividade recolhem o lixo de determinada cidade. Nesse caso, cinco desses caminhões, todos com a mesma produtividade, recolherão o lixo dessa cidade trabalhando durante

(A) 6 horas.
(B) 7 horas e 12 minutos.
(C) 7 horas e 20 minutos.
(D) 8 horas.
(E) 4 horas e 48 minutos.

Resposta: B.
↑Caminhões horas↓
3------------------12
5-------------------x

Quanto mais caminhões, menos horas.
Invertendo as horas:
↑Caminhões horas↑
3------------------x
5-------------------12
5x=36
X=7,2h

0,2 · 60=12 minutos
7 horas e 12 minutos

14. (CPRM – Técnico em Geociências – CESPE/2016) Por 10 torneiras, todas de um mesmo tipo e com igual vazão, fluem 600 L de água em 40 minutos. Assim, por 12 dessas torneiras, todas do mesmo tipo e com a mesma vazão, em 50 minutos fluirão

(A) 625 L de água.
(B) 576 L de água.
(C) 400 L de água.
(D) 900 L de água.
(E) 750 L de água.

Resposta: D.

Todas as grandezas são diretamenteproporcionais

↑Torneiras↑vazão tempo↑
10---------------600----------40
12---------------x--------------50

$$\frac{600}{x}=\frac{10}{12}\cdot\frac{40}{50}$$

400x=360000
X=900

15. (TRF 3ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC/2016) Uma herança de R$ 82.000,00 será repartida de modo inversamente proporcional às idades, em anos completos, dos três herdeiros. As idades dos herdeiros são: 2, 3 e x anos. Sabe-se que os números que correspondem às idades dos herdeiros são números primos entre si (o maior divisor comum dos três números é o número 1) e que foi R$ 42.000,00 a parte da herança que o herdeiro com 2 anos recebeu. A partir dessas informações o valor de x é igual a

(A) 7.
(B) 5.
(C) 11.
(D) 1.
(E) 13.

$$\frac{A}{\frac{1}{2}}+\frac{B}{\frac{1}{3}}+\frac{C}{\frac{1}{x}}=p$$

$$\frac{1}{2}p+\frac{1}{3}p+\frac{1}{x}p=82000$$

Sabendo que A recebeu 42000

$$42000+28000+\frac{1}{x}\cdot 84000=82000$$

$$70000+\frac{1}{x}84000=82000$$

$$\frac{84000}{x}=12000$$

12000x=84000
X=7

16. (TRF 3ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC/2016) Uma indústria produz um tipo de máquina que demanda a ação de grupos de funcionários no preparo para o despacho ao cliente. Um grupo de 20 funcionários prepara o despacho de 150 máquinas em 45 dias. Para preparar o despacho de 275 máquinas, essa indústria designou 30 funcionários. O número de dias gastos por esses 30 funcionários para preparem essas 275 máquinas é igual a

(A) 55.
(B) 36.
(C) 60.
(D) 72.
(E) 48.

Resposta: A.

Quanto mais dias, menos funcionários será necessário
Quanto mais dias, mais máquinas preparadas

↓Funcionários ↑ máquinas dias↑
20------------------150-----------45
30-------------------275----------x

↑Funcionários ↑ máquinas dias↑
30------------------150-----------45
20-------------------275----------x

$$\frac{45}{x}=\frac{30}{20}\cdot\frac{150}{275}$$

$$45 - 2 \cdot 75$$
$$\frac{45}{x}=3\cdot\frac{3}{11}\,\overline{5}$$

9x=495
X=55

17. (TRF 3ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC/2016) O valor da expressão numérica 0,00003 . 200 . 0,0014 ÷ (0,05 . 12000 . 0,8) é igual a

(A)
$$\frac{3\cdot2\cdot1{,}4}{5\cdot1{,}2\cdot8}\cdot10^{-5}$$

(B)
$$\frac{3\cdot2\cdot1{,}4}{5\cdot1{,}2\cdot8}\cdot10^{-7}$$

(C)
$$\frac{3\cdot2\cdot1{,}4}{5\cdot1{,}2\cdot8}\cdot10^{3}$$

(D)
$$\frac{3\cdot2\cdot1{,}4}{5\cdot1{,}2\cdot8}\cdot10^{0}$$

(E)
$$\frac{3\cdot2\cdot1{,}4}{5\cdot1{,}2\cdot8}\cdot10^{-2}$$

Resposta: B.
Vamos transformar em notação científica
Lembrando que em potências de bases iguais, na multiplicação somamos os expoentes e na divisão subtraimos

$$\frac{3\cdot10^{-5}\cdot2\cdot10^{2}\cdot1{,}4\cdot10^{-3}}{5\cdot10^{-2}\cdot1{,}2\cdot10^{4}\cdot8\cdot10^{-1}}=\frac{3\cdot2\cdot1{,}4\cdot10^{-6}}{5\cdot1{,}2\cdot8\cdot10^{1}}=\frac{3\cdot2\cdot1{,}4\cdot10^{-7}}{5\cdot1{,}2\cdot8}$$

18. (UNIFESP - Técnico em Segurança do Trabalho – VUNESP/2016) Determinada quantia A de dinheiro foi dividida igualmente entre 8 pessoas, não ocorrendo sobras. Se a essa quantia A fossem acrescentados mais R$ 1.280,00, cada pessoa teria recebido R$ 1.560,00. Ao se dividir a quantia A entre as 8 pessoas, cada uma delas recebeu

(A) R$ 1.350,00.
(B) R$ 1.400,00.
(C) R$ 1.480,00.
(D) R$ 1.500,00.
(E) R$ 1.550,00.

Resposta: B.

$$\frac{A+1280}{8}=1560$$

A+1280=12480
A=11200
Cada um recebeu 11200/8=1400

19. (UNIFESP - Técnico em Segurança do Trabalho – VUNESP/2016) Em uma casa, a razão entre o número de copos coloridos e o número de copos transparentes é 3/5. Após a compra de mais 2 copos coloridos, a razão entre o número de copos coloridos e o número de copos transparentes passou a ser 2/3. O número de copos coloridos nessa casa, após a compra, é

(A) 24.
(B) 23.
(C) 22.
(D) 21.
(E) 20.

Resposta: E.
Cc=copos coloridos
Ct=copos transparentes

$$\frac{cc}{ct}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{cc+2}{ct}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{cc}{ct}+\frac{2}{ct}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{5}+\frac{2}{ct}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{ct}=\frac{2}{3}-\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{ct}=\frac{10-9}{15}$$

$$\frac{2}{ct}=\frac{1}{15}$$

Ct=30

$$\frac{cc}{ct}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{cc}{30}=\frac{3}{5}$$

Cc=18

Ele fez a compra de mais 2 copos
18+2=20

20. (UNIFESP - Técnico em Segurança do Trabalho – VUNESP/2016) Um produto é vendido a prazo da seguinte forma: R$ 200,00 de entrada e 5 parcelas iguais de R$ 120,00 cada uma. Sabe-se que o preço do produto a prazo é 25% maior que o preço da tabela, mas, se o pagamento for à vista, há um desconto de 5% sobre o preço da tabela. Então, a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista é

(A) R$ 160,00.
(B) R$ 175,00.
(C) R$ 186,00.
(D) R$ 192,00.
(E) R$ 203,00.

Resposta: D.
Preço a prazo
200+120x5=800

Preço tabela, sabendo que 800 é 25% a mais do que o preço da tabela:

800=1,25x
X=640

Preço à vista tem 5% de desconto em relação a tabela:
640x0,95=608
Diferença: 800-608=192

21. (UNIFESP - Técnico em Segurança do Trabalho – VUNESP/2016) Um capital de R$ 1.200,00 foi aplicado a juros simples, com taxa de 9% ao ano, durante certo período de tempo, rendendo juros de R$ 72,00. Se esse capital permanecesse aplicado por mais 5 meses, o total obtido de juros seria

(A) R$ 98,00.
(B) R$ 102,00.
(C) R$ 108,00.
(D) R$ 112,00.
(E) R$ 117,00.

Resposta: E.
C=1200
I=0,09aa
i=0,09/12=0,0075 ao mês

J=Cin
72=1200.0,0075n
N=8 meses

8+5=13
J=1200.0,0075.13=117

22. (UNIFESP - Técnico em Segurança do Trabalho – VUNESP/2016) Um terreno retangular ABCD, com 8 m de frente por 12 m de comprimento, foi dividido pelas cercas AC e EM, conforme mostra a figura.

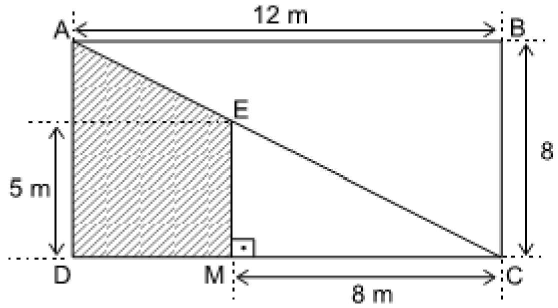


Figura fora de escala

Sabendo-se que o ponto E pertence à cerca AC, o valor da área AEMD destacada na figura, em m² , é

(A) 22.
(B) 24.
(C) 26.
(D) 28.
(E) 30.

Resposta: C.
Éum exercício simples, basta lembrar da fórmula da área do trapézio

AEMD é um trapézio
A altura do trapézio é 12-8=4

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{8+5}{2} \cdot 4 = 26$$

Caso não lembre da fórmula do trapézio, podemos dividir a figura em triângulo e retângulo

área do triângulo
A=bxh/2=3x4/2=6

área do retângulo
A=bxh=5x4=20

Somando:20+6=26

23. (UNIFESP - Técnico em Segurança do Trabalho – VUNESP/2016) As figuras mostram as dimensões, em metros, de duas salas retangulares A e B.

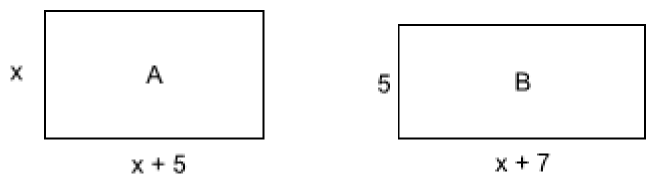


Figura fora de escala

Sabendo-se que o perímetro da sala A é 2 metros maior que o perímetro da sala B, então é correto afirmar que o perímetro da sala B, em metros, é

(A) 34.
(B) 36.
(C) 38.
(D) 40.
(E) 42.

Resposta: D.
Pa=perímetro da sala A
Pb=perímetro sala B

Pa=Pb+2
X+x+5+x+x+5=5+x+7+5+x+7+2
4x+10=2x+26
2x=16
X=8

Pb=2x+24=16+24=40

24. (EMSERH – Psicólogo – FUNCAB/2016) Observe as sequências a seguir:

A= (1,1, 2, 3, 5, 8,..., an)
B = (1, 4, 9,16, 25,..., bn)
C = (1, 3, 6,10,15,..., cn)
De acordo com as sequências anteriores, o valor da expressão E = 2.(a9 + a10) + 3.(b9+ b10) + 5.(c9 + c10), é:
(A) 360.
(B) 947.
(C) 1.221.
(D) 1.261.
(E) 1.360.

Resposta: C.
A7=5+8=13
A8=13+8=21
A9=21+13=34
A10=34+21=55
B9=9^2=81
B10=10^2=100
C6=15+6=21
C7=21+7=28
C8=28+8=36
C9=36+9=45
C10=45+10=55

E=2(34+55)+3(81+100)+5(45+55)
E=2.89+3.181+5.100
E=178+543+500
E=1221

25. (ANAC – Técnico Administrativo – ESAF/2016) Dada a matriz
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ o determinante da matriz 2A é igual a

(A) 40.
(B) 10.
(C) 18.
(D) 16.
(E) 36.

Resposta: A.
D=(8+3)-(2+4)
D=11-6=5
Determinante da matriz 2A
Como é o dobro e a matriz é 3x3

D=2^3.5=8.5=40

26. (ANAC – Técnico Administrativo – ESAF/2016) Em uma progressão aritmética, tem-se a2 + a5 = 40 e a4 + a7 = 64. O valor do 31º termo dessa progressão aritmética é igual a
(A) 180.
(B) 185.
(C) 182.
(D) 175.
(E) 178.

Resposta: B.
A2+a5=40

Vamos deixar tudo em função de a1, para poder montar um sistema

A1+r+a1+4r=40
2a1+5r=40

A4+a7=64
A1+3r+a1+6r=64
2a1+9r=64

$$\begin{cases} 2a1 + 5r = 40 & (I) \\ 2a1 + 9r = 64 & (II) \end{cases}$$

(I)-(II)
-4r=-24
r=6
Substituindo em I
2a1+30=40
2a1=10
A1=5
A31=a1+30r
A31=5+30.6=
A31=5+180=185

27. (UFPB – Administrador – IDECAN/2016) Considere a equação a seguir:

4 + 7 + 10 + ... + x = 424

Sabendo-se que os termos do primeiro membro dessa equação formam uma progressão aritmética, então o valor de x é:
(A) 37.
(B) 49.
(C) 57.
(D) 61.

Resposta: B.
Pela fórmula do somatírio de PA:
$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Mas, teremos duas incógnitas x e n, então vamos eixar uma em função da outra
an=a1+(n-1)r
r=7-4=3
x=4+3n-3
x=1+3n

$$424 = \frac{4 + x}{2} \cdot n$$

$$424 = \frac{4+1+3n}{2} \cdot n$$

(5+3n).n=848
5n+3n²-848=0
Δ=25-4.3.(-848)
Δ=25+10176=10201

$$n = \frac{-5 \pm 101}{6}$$

N=96/6=16
N=-106/6(não convém)

X=1+3n
X=1+3.16
X=1+48=49

28. (UFPB – Administrador – IDECAN/2016) Um grupo de alunos é formado por 11 meninos e 14 meninas. Sabe-se que metade das meninas são loiras, ao passo que apenas três meninos são loiros. Dessa forma, ao selecionar-se ao acaso um aluno, a probabilidade de que seja um menino loiro é:
(A) 0,12.
(B) 0,15.
(C) 0,22.
(D) 0,25.

Resposta: A.
total de crianças é de 11+14=25 crianças.
Se temos 11 meninos, a probabilidade é de 11/25
E entre os meninos 3 são loiros, 3/11, pois já deixa claro que é está entre os meninos e não mais entre as crianças.

$$P = \frac{11}{25} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{25} = 0{,}12$$

29. (TRT 14ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC/2016) Observe os sete primeiros termos de uma sequência numérica: 7, 13, 25, 49, 97, 193, 385, ... Mantido o mesmo padrão da sequência e admitindo-se que o 100º termo seja igual a x, então o 99º termo dela será igual a
(A) x/2 +1
(B) x/2-1
(C) x-1/2
(D) x+1/2
(E) 2x-1/4

Resposta: D.
Vamos fazer por tentativa que é a forma mais rápida.
Vamos analisar cada alternativa, com base nos números dados, vamos sempre tomar como base os dois primeiros, que são números mais baixos.
As alternativas A e B já estão fora, pois dividem o segundo termo por 2, daria um decimal, que não da certo.
A C ficaria 13-1/2=6
Opa, se x-1/2, deu um número a menos, então a resposta deve ser a D.

$$\frac{13+1}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

30. (CODEBA – Guarda Portuário – FGV/2016) No dia 1º de janeiro de 2016, na cidade de Salvador, o nascente do Sol ocorreu às 5 horas e 41 minutos e o poente às 18 horas e 26 minutos.

O período de luminosidade desse dia foi
(A) 12 horas e 25 minutos.
(B) 12 horas e 35 minutos.
(C) 12 horas e 45 minutos.
(D) 13 horas e 15 minutos.
(E) 13 horas e 25 minutos.

Resposta: C.
26 é um número maior que 41, então devemos emprestar do vizinho, mas como estamos falando de hora, tiramos uma hora e como é minutos, 1 hora tem 60 minutos, devemos somar os 60 minutos aos 26 minutos.

$$\begin{array}{rr} \overset{17}{\cancel{18}}h & \overset{60}{26}min \\ 5h & 41min \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 17h & 86min \\ 5h & 41min \\ \hline 12h & 45\ min \end{array}$$

31. (CODEBA – Guarda Portuário – FGV/2016) Um contêiner possui, aproximadamente, 6,0 m de comprimento, 2,4 m de largura e 2,3 m de altura.

A capacidade cúbica desse contêiner é de, aproximadamente,
(A) 31 m^3 .
(B) 33 m^3 .
(C) 35 m^3 .
(D) 37 m^3 .
(E) 39 m^3 .

Resposta: B.
6x2,4x2,3=33,12

32. (CODEBA – Analista Portuário – FGV/2016) Hércules recebe R$ 65,00 por dia normal de trabalho e mais R$ 13,00 por hora extra.
Após 12 dias de trabalho, Hércules recebeu um total de R$ 845,00.
Sabendo que Hércules pode fazer apenas uma hora extra por dia, o número de dias em que Hércules fez hora extra foi
(A) 1.
(B) 3.
(C) 5.
(D)7.
(E) 9.

Resposta: C.
65x12=780
Para sabermos quanto foi de hora extra:
845-780=65
Se ele só pode fazer 1 hora extra por dia, então ele fez
65/13=5 dias de hora extra.

33. (TRT 14ª REGIÃO – Técnico Judiciário – FCC/2016) Alberto fez uma dieta com nutricionista e perdeu 20% do seu peso nos seis primeiros meses. Nos seis meses seguintes Alberto abandonou o acompanhamento do nutricionista e, com isso, engordou 20% em relação ao peso que havia atingido. Comparando o peso de Alberto quando ele iniciou a dieta com seu peso ao final dos doze meses mencionados, o peso de Alberto
(A) reduziu 4%.
(B) aumentou 2%.
(C) manteve-se igual.
(D) reduziu 5%.
(E) aumentou 5%.

Resposta: A.
Como ele perdeu 20%
1-0,2=0,8

Depois engordou 20%
0,8x1,2=0,96

Do peso inicial ele reduziu 1-0,96=0,04=4%

34. (TRF 3ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC/2016) A tabela abaixo fornece os valores recebidos por uma empresa, na data de hoje, correspondentes aos descontos de 3 títulos em um banco. A taxa de desconto utilizada pelo banco é de 18% ao ano para qualquer operação.

Título	Prazo até o vencimento	Valor recebido	Operação utilizada
1	2 meses	R$ 19.000,00	Desconto racional simples
2	3 meses	X	Desconto comercial simples
3	5 meses	R$ 18.500,00	Desconto comercial simples

Observação: X é o valor recebido pela empresa referente ao Título 2.

Se a soma dos valores nominais dos 3 títulos é igual a R$ 50.000,00, então X é, em R$, igual a
(A) 9.960,65.
(B) 10.056,15.
(C) 9.769,65.
(D) 10.247,15.
(E) 9.865,15.
Resposta: A.

Título 1
18%aa=1,5%am

Desconto Racional Simples
N=A(1+it)
N=19000(1+0,015.2)
N = 19.000(1,03)
N =19.570

Título 3
Desconto Comercial Simples
A=N(1-it)
18500=N(1-0,015.5)
N = 18.500/ 0.925 => N = 20.000

Título 2:
Sabendo que a soma dos valores nominais dos títulos é 50.000

50.000 = titulo 1 + titulo 2 + titulo 3
titulo2 = 50.000 - 19.570 - 20.000 = 10.430

A=N(1-it)
A = 10.430 (1-0,015x3)
A = 9.960,65

35. (TRF 3ª REGIÃO – Analista Judiciário – FCC/2016) Um título de valor nominal igual a R$ 18.522,00 vencerá daqui a 3 trimestres. Sabe-se que ele será resgatado antes do vencimento, segundo o critério do desconto racional composto, a uma taxa de juros de 5% ao trimestre.

Supondo-se que a primeira opção será resgatar o título 2 trimestres antes do vencimento e a segunda opção será resgatar o título 1 trimestre antes do vencimento, o valor de resgate do título referente à segunda opção supera o valor de resgate do título referente à primeira opção, em R$, em

Dados: $1,05^2 = 1,102500$ e $1,05^3 = 1,157625$
(A) 926,10.
(B) 882,00.
(C) 900,00.
(D) 800,00.
(E) 840,00.

Resposta: E.

Desconto Racional Composto => $A = N/(1+i)^n$

Primeira opção

Se o prazo do vencimento era 3 trimestres e ele resgata 2 trimestres antes disso, isso significa que ele descontou 1 trimestre

$$A = \frac{N}{(1+i)^n}$$

$$A = \frac{18522}{1+0,05} = 17640$$

Segunda opção

Se ele resgatou 1 trimestre antes do vencimento, então ele descontou 2 trimestres (n=2)

$$A = \frac{18522}{(1+0,05)^2}$$

$$A = \frac{18522}{1,102500} = 16800$$

Diferença = 17.640 - 16.800 = 840

36. (PREF. DE CUIABÁ/MT – Auditor Fiscal Tributário da Receita Municipal – FGV/2016) Suponha um título cujo valor seja igual a R$ 2000,00 e o prazo de vencimento é de 60 dias.

Sob uma taxa de desconto "por fora" igual a 1% ao mês, o valor do desconto composto é igual a

(A) R$ 40,00.
(B) R$ 39,80.
(C) R$ 39,95.
(D) R$ 38,80.
(E) R$ 20,00.

Resposta: B.

Temos 60 dias de antecipação, ou 2 meses comerciais. Assim,

$A = N.(1 – j)^t$
$A = 2000.(1 – 0,01)^2$
$A = 2000.\ 0,99^2$
A = 2000 x 0,9801
A = 1960,2
D = N – A
D = 2000 – 1960,2 = 39,8 reais

37. (BAHIAGAS – Analista de Processos Organizacionais – CAIPIMES/2016) Uma aplicação de R$ 1.000.000,00 resultou em um montante de R$ 1.240.000,00 após 12 meses. Dentro do regime de Juros Simples, a que taxa o capital foi aplicado?

(A) 1,5% ao mês.
(B) 4% ao trimestre.
(C) 20% ao ano.
(D) 2,5% ao bimestre.
(E) 12% ao semestre.

Resposta: E.

M=1240000
C=1000000
N=12
I=?
M=C(1+in)
1240000=1000000(1+12i)
1,24=1+12i
0,24=12i
I=0,02am
0,02x6=0,12 a.s
12%ao semestre

38. (PREF. DE GOIÂNIA – Auditor de Tributos – CSUFG/2016) Uma pessoa antes de tomar emprestado uma quantia de R$ 100 000,00, avalia três propostas: a primeira, à taxa de 5% ao mês, durante 8 meses; a segunda, à taxa de 4% ao mês, durante 12 meses; a terceira, à taxa de 3% ao mês, durante 24 meses; todas a juros simples. O valor dos juros a serem pagos, em reais, à proposta em que pagará menos juros, é:

(A) 72 000,00
(B) 60 000,00
(C) 48 000,00
(D) 40 000,00

Resposta: D.
1ª Proposta
C=100000
I=0,05
N=8
J=Cin
J=100000.0,05.8=40000

2ªProposta
C=100000
I=0,04
N=12

J=100000.0,04.12=48000

3ªProposta
I=0,03
N=24

J=100000.0,03.24=72000

Então a que paga menos juros é a primeira de 40000

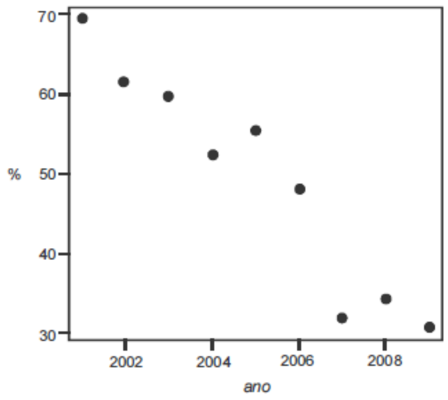
39.(PREF. DO RIO DE JANEIRO –Agente de Administração - PREF. DO RIO DE JANEIRO/2016) Seja N a quantidade máxima de números inteiros de quatro algarismos distintos, maiores do que 4000, que podem ser escritos utilizando-se apenas os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

O valor de N é:

(A) 120
(B) 240
(C) 360
(D) 480

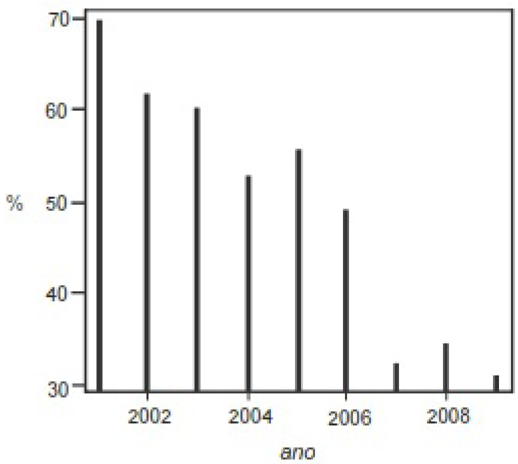
Resposta: C.
4 ______
6.5.4=120
Depois fixamos o 5 e o 6, e também teremos 120 possibilidades
120x3=360

40. (DEPEN – Agente Penitenciário Federal – CESPE/2015)



A partir das informações e do gráfico apresentados, julgue o item que se segue.

Se os percentuais forem representados por barras verticais, conforme o gráfico a seguir, então o resultado será denominado histograma.



( ) Certo ( ) Errado

Resposta: ERRADO.

Como foi visto na teoria, há uma faixa de valores no eixo x e não simplesmente um dado.

41. (PREF. DE SANTO ANDRÉ – Assistente Econômico Financeiro – IBAM/2015) Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 2 & 1 \\ -1 & 3 & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\ e\ C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 16 \\ 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Sendo “a” um número real, para que tenhamos A . B = C, o valor da variável “a” deverá ser:

(A) um número inteiro, ímpar e primo.
(B) um número inteiro, par, maior que 1 e menor que 5
(C) um número racional, par, maior que 5 e menor que 10.
(D) um número natural, impar, maior que 1 e menor que 5.

Resposta: A.

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ a \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2 & 2 \cdot a + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ -1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + a \cdot 2 & -1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + a \cdot 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a+2 & 2a+2 \\ -1+2a & -2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a+2 & 2a+2 \\ -1+2a & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a+2 & 2a+2 \\ -1+2a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 16 \\ 13 & 1 \end{bmatrix}$$

a+2=9
a=7

42. (SEFAZ/RS – Auditor Fiscal da Receita Estadual – FUNDATEC/2014) O determinante da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$ é:

(A) -32.
(B) -26.
(C) 14.
(D) 16.
(E) 28.

Resposta: B.

Vamos fazer por cofator, pois já temos duas linhas com 0

$$A_{34} = (-1)^7 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

A_{34}= -[(3+2+4)-(6+4+1)]
A_{34}=-(9-11)
A_{34}=2

$$A_{44} = (-1)^8 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

A_{44}=4.[(6-6+4)-(6+8-3)]
A_{44}=4.(4-11)
A_{44}=-28

A_{34}+ A_{44}=2-28=-26

43. (PC/SP – Desenhista Técnico-Pericial – VUNESP/2014) Considere as matrizes $M = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ e $N = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, Em relação a MN, que é o produto da matriz M pela matriz N, é correto afirmar que

(A) $N = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(B) MN = [0 #31;2 3]

(C) $MN = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 4 \end{bmatrix}$

(D) $MN = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 23 \end{bmatrix}$

(E) $MN = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -6 & -4 & 1 \end{bmatrix}$

Resposta: A.

Como a matriz Aé 3x3 e a matriz B é 3x1, o produto só pode ser 3x1

44. (PREF. DE UBATUBA/SP – Procurador Municipal – EDECAN/2014) Uma rádio apresenta dois programas com músicas antigas das décadas de 60, 70 e 80, cujos números de músicas de cada década são sempre iguais conforme indicado a seguir:

- Programa A: cinco canções da década de 60, três da década de 70 e quatro da década de 80; e,

-Programa B: oito canções da década de 60, duas da década de 70 e sete da década de 80.

Considere que nos dois primeiros meses a partir das estreias desses programas os mesmos foram apresentados várias vezes:

-1º mês: 50 programas A e 20 programas B; e,

-2º mês: 30 programas A e 40 programas B.

A matriz que representa a quantidade de músicas exibidas nos dois meses considerados é

(A) $\begin{pmatrix} 490 & 420 \\ 210 & 210 \\ 410 & 360 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 600 & 340 \\ 220 & 120 \\ 510 & 290 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 410 & 470 \\ 190 & 170 \\ 340 & 400 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 550 & 360 \\ 190 & 160 \\ 470 & 360 \end{pmatrix}$

Resposta: C.

1ºmês

Como são 50 programas A
5x50=250 canções da década de 60
3x50=150 da década de 70
4x50=200 da década de 80

20 programas B, para cada década temos:
8x20=160 da década de 60
2x20=40 da década de 70
7x20 =140 da década de 80

Década de 60:250+160=410
Década de 70: 150+40=190
Década de 80: 200+140=340
Com as respostas do 1º mês conseguimos obter a resposta C.

45. (BRDE – Analista de Sistemas – FUNDATE/2015) A solução do seguinte sistemalinear $\begin{cases} x+2y+z=10 \\ x-z=5 \\ y-2z=13 \end{cases}$ é:

(A) S={(0,2,-5)}
(B) S={(1,4,1)}
(C) S={(4,0,6)}
(D) S={(3/2 ,6, -7/2)}
(E)Sistema sem solução.

Resposta: D.

Da II equação tiramos:
X=5+z

Da III equação:
Y=13+2z

Substituindo na I
5+z+2(13+2z)+z=10
5+z+26+4z+z=10
6z=10-31
6z=-21
Z=-21/6
Z=-7/2

$$x = 5 - \frac{7}{2} = \frac{10-7}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y = 13 + 2z = 13 + 2\left(-\frac{7}{2}\right) = 6$$

46. (BRDE – Assistente Administrativo – FUNDATEC/2015) A solução do sistema linear $\begin{cases} 5x+4y=21 \\ -2x+56y=6 \end{cases}$ é:

(A) S={(4, ¼)}
(B) S={(3, 3/2)}
(C) S={(3/2 ,3)}
(D) S={(3,– 3/2)}
(E) S={(1,3/2)}

Resposta: A.

$$\begin{cases} 5x+4y=21 \\ -2x+56y=6 \quad (:2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+4y=21 \\ -x+28y=3 \quad (x5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+4y=21 \\ -5x+140y=15 \end{cases}$$

Somando as duas equações:
144y=36

$$y = \frac{36}{144} = \frac{1}{4}$$

-x+28y=3
-x+7=3
-x=3-7
X=4

47. (SEDUC/PI – Professor – Matemática – NUCEPE/2015) O sistema linear $\begin{cases} -x+y-mz=1 \\ 2x-y+z=3 \\ 3x-2y+3mz=n \end{cases}$ é possível e indeterminado se:

(A) m ≠ 2 e n = 2 .
(B) m ≠1/2 e n = 2 .
(C) m= 2en = 2 .
(D) m=1/2en = 2 .
(E) m=1/2en ≠ 2 .

Resposta: D.
Para ser possível e indeterminado, D=Dx=Dy=Dz=0

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -m \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3m \end{vmatrix} = 0$$

D=(3m+4m+3)-(3m+6m+2)=0
7m+3-9m-2=0
-2m=-1
m=1/2

$$D_z = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & n \end{vmatrix} = 0$$

(n-4+9)-(-3+6+2n)=0
n+5-2n-3=0
-n=-2
n=2

48. (AGU – Administrador – IDECAN/2014) Um estudante, ao resolver um problema, chegou ao seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 12 \\ x + 3y + 2z = 13 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

É correto afirmar que x + y + z é igual a
(A) 1
(B) 3
(C) 5
(D) 7
(E) 9

Resposta:C.
Vamos trocar a primeira e a terceira equação

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 11 & (I) \\ x + 3y + 2z = 13 & (II) \\ 2x + 3y + 2z = 12 & (III) \end{cases}$$

Fazendo a equação I (x-1) e somando com a II e depois (x-2) e somando com a III.

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 11 & (I) \\ y = 2 & (II) \\ -y - 2z = -10 & (III) \end{cases}$$

Substituindo II em III
-2-2z=-10
-2z=-10+2
-2z=-8
Z=4

Substituindo em I
X+2.2+2.4=11
X+4+8=11
X=-1

X+y+z=-1+2+4=5

49. CRM/MS – Assessor – Tecnologia da Informação – MS CONCURSOS/2014) Observe o sistema linear a seguir:

$$s: \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y + 2z = 0 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

Ao escalonarmos esse sistema, podemos concluir que:
(A) Trata-se de um sistema incompatível.
(B) Esse sistema é compatível e indeterminado.
(C) Este sistema é compatível e determinado e seu vetor solução é (0,-2/3, 1/3)
(D) Este sistema é compatível e determinado e admite como solução a tripla ordenada (1, 2, 3).

Resposta: C.

$$\begin{cases} x - y + z = 1 & (I) \\ 2x + y + 2z = 0 & (II) \\ 3x - y + z = 1 & (III) \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por -2 e somando na segunda:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 & (I) \\ 3y = -2 & (II) \\ 3x - y + z = 1 & (III) \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por -3 e somando na terceira:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 & (I) \\ 3y = -2 & (II) \\ 2y - 2z = -2 & (III) \end{cases}$$

De II temos
Y=-2/3
Substituindo em III

$$2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 2z = -2$$

-4-6z=-6
-6z=-6+4
-6z=-2
Z=2/6
Z=1/3

Substituindo em I

$$x + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

X=1-1=0

Vetor solução (0, -2/3, 1/3)

50. (CASAN – Técnico de Laboratório – INSTITUTO AOCP/2016) Um empresário, para evitar ser roubado, escondia seu dinheiro no interior de um dos 4 pneus de um carro velho fora de uso, que mantinha no fundo de sua casa. Certo dia, o empresário se gabava de sua inteligência ao contar o fato para um de seus amigos, enquanto um ladrão que passava pelo local ouvia tudo. O ladrão tinha tempo suficiente para escolher aleatoriamente apenas um dos pneus, retirar do veículo e levar consigo. Qual é a probabilidade de ele ter roubado o pneu certo?

(A) 0,20.
(B) 0,23.
(C) 0,25.
(D) 0,27.
(E) 0,30.

Resposta: C.

A probabilidade é de 1/4, pois o carro tem 4 pneus e o dinheiro está em 1.

1/4=0,25

51. (PREF. DE PAULÍNIA/SP – Guarda Municipal – FGV/2015) Um ciclo completo de um determinado semáforo é de um minuto e meio. A cada ciclo o semáforo fica vermelho 30 segundos, em seguida fica laranja 10 segundos e, por fim, fica verde 50 segundos.

Escolhido um instante de tempo ao acaso, a probabilidade de que neste instante de tempo o semáforo NÃO esteja fechado, isto é, NÃO esteja vermelho, é:

(A) 1/9;
(B) 2/9;
(C) 1/3;
(D) 4/9;
(E) 2/3.

Resposta: E.

São 60 segundos (10+50) de 90 segundos (1 minuto e meio) que ele não fica vermelho.

$$P = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

52. (TCE/RN – Assessor de Informática – CESPE/2015) Para fiscalizar determinada entidade, um órgão de controle escolherá 12 de seus servidores: 5 da secretaria de controle interno, 3 da secretaria de prevenção da corrupção, 3 da corregedoria e 1 da ouvidoria. Os 12 servidores serão distribuídos, por sorteio, nas equipes A, B e C; e cada equipe será composta por 4 servidores. A equipe A será a primeira a ser formada, depois a equipe B e, por último, a C.

A respeito dessa situação, julgue o item subsequente.

A probabilidade de um servidor que não for sorteado para integrar a equipe A ser sorteado para integrar a equipe B é igual a 0,5.

( ) CERTO ( ) ERRADO

Resposta: certo

Como já foram 4 servidores, sobraram 8

E são formados sempre por 4

$$P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

53. (CIS-AMOSC/SC – Auxiliar Administrativo – CURSIVA/2015) Numa caixa são colocadas 12 bolas pretas, 8 bolas verdes e 10 bolas amarelas Retirando-se ,ao acaso uma bola dessa caixa, determine a probabilidade de ela ser preta?

(A) 40%
(B) 45%
(C) 30%
(D) 35%

Resposta: A.

Total de bolas:30

Bolas pretas:12

$$P = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$$

54. (COLÉGIO PEDRO II – Técnico em Assuntos Educacionais – ACESSO PUBLICO/2015) Carlos realizou duas reuniões pedagógicas com os professores, uma para professores do ensino fundamental (EF) e a outra para professores do ensino médio (EM). Apenas 20 dos 50 professores do EF previstos compareceram à reunião. Apenas 10 dos 30 professores do EM previstos compareceram à reunião. Alberto e Bruna são, respectivamente, professores de EF e EM previstos para participarem da reunião. Qual a probabilidade de os dois terem faltado a reunião?

(A) 0,4
(B) 0,2
(C) 0,3
(D) 0,5
(E) 0,6

Resposta: A.

Como compareceram 20 de 50 do EF, faltaram 30

E faltaram 20 do EM

$$P = \frac{30}{50} \cdot \frac{20}{30} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

55. (CIS-AMOSC/SC – Auxiliar Administrativo – CURSIVA/2015) Lançando- se uma moeda três vezes, qual é a probabilidade de que apareça cara nos três lançamentos ?

(A) 1/3
(B) 1/6
(C) 1/8
(D) 1/9

Resposta: C.

Pode ser cara ou coroa, portanto terá 1/2 possibilidade para cada.

E como são 3 lançamentos tem que ser cara E cara E cara

$$V = \left(\frac{31}{8}, \frac{3}{4}\right)$$

56. (PREF. DE NITERÓI – Agente Fazendário – FGV/2015) Os 12 funcionários de uma repartição da prefeitura foram submetidos a um teste de avaliação de conhecimentos de computação e a pontuação deles, em uma escala de 0 a 100, está no quadro abaixo.

505555555560
6263659090100

O número de funcionários com pontuação acima da média é:

(A) 3;
(B) 4;
(C) 5;
(D) 6;
(E) 7.

Resposta: A.

$$M = \frac{50+55+55+55+55+60+62+63+65+90+90+100}{12} = \frac{800}{12}$$

M=66,67

Apenas 3 funcionários estão acima da média.

57. (PREF. DE NITERÓI – Fiscal de Posturas – FGV/2015) A média das idades dos cinco jogadores mais velhos de um time de futebol é 34 anos. A média das idades dos seis jogadores mais velhos desse mesmo time é 33 anos.

A idade, em anos, do sexto jogador mais velho desse time é:
(A) 33;
(B) 32;
(C) 30;
(D) 28;
(E) 26.

Resposta: D.
S=soma das idades dos 5 jogadores
X=idade do 6º jogador

$$\frac{S}{5} = 34$$

S=34x5=170

$$\frac{S+x}{6} = 33$$

$$\frac{170+x}{6} = 33$$

170+x=198
X=28

58. (TJ/RO – Técnico Judiciário – FGV/2015) A média do número de páginas de cinco processos que estão sobre a mesa de Tânia é 90. Um desses processos, com 130 páginas, foi analisado e retirado da mesa de Tânia.

A média do número de páginas dos quatro processos que restaram é:
(A) 70;
(B) 75;
(C) 80;
(D) 85;
(E) 90.

Resposta: C.

$$\frac{s}{5} = 90$$

S=450 páginas

450-130=320

Média =320/4=80

59. (TCE/RO – Analista de Tecnologia da Informação – FGV/2015) A média de cinco números de uma lista é 19. A média dos dois primeiros números da lista é 16.

A média dos outros três números da lista é:
(A) 13;
(B) 15;
(C) 17;
(D) 19;
(E) 21.

Resposta: E.
Sendo os números: x1, x2, x3, x4, x5
Média dos dois primeiros

$$\frac{x1+x2}{2} = 16$$

X1+x2=32

$$\frac{x1+x2+x3+x4+x5}{5} = 19$$

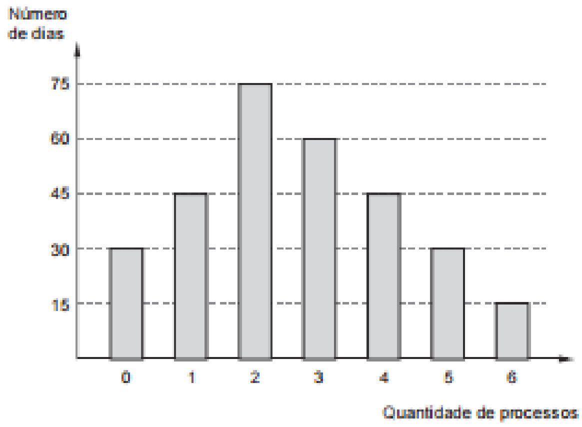
$$\frac{32+x3+x4+x5}{5} = 19$$

X3+x4+x5+32=95
X3+x4+x5=63

Média dos 3

$$\frac{63}{3} = 21$$

60. (CNMP – Analista do CNMP – FCC/2015) Analisando a quantidade diária de processos autuados em uma repartição pública, durante um período, obteve-se o seguinte gráfico em que as colunas representam o número de dias em que foram autuadas as respectivas quantidades de processos constantes no eixo horizontal.



A soma dos valores respectivos da mediana e da moda supera o valor da média aritmética (quantidade de processos autuados por dia) em
(A) 1,85.
(B) 0,50.
(C) 1,00.
(D) 0,85.
(E) 1,35.

Resposta: E.
Sendo os números: x1, x2, x3, x4, x5
Média dos dois primeiros

$$\frac{x1+x2}{2} = 16$$

X1+x2=32

$$\frac{x1+x2+x3+x4+x5}{5} = 19$$

$$\frac{32+x3+x4+x5}{5} = 19$$

X3+x4+x5+32=95
X3+x4+x5=63

Média dos 3

$$\frac{63}{3}=21$$

Moda é 2, pois é o que tem maior quantidade de processos
Mediana: (2+3)/2=2,5

$$M=\frac{0\cdot 30+1\cdot 45+2\cdot 75+3\cdot 60+4\cdot 45+5\cdot 30+6\cdot 15}{300}=\frac{795}{300}=2,65$$

Mediana+moda-média: 2+2,5-2,65=1,85

61. (BRDE – Assistente Administrativo – FUNDATEC/2015) Assinale a alternativa que representa a nomenclatura dos três gráficos abaixo, respectivamente.

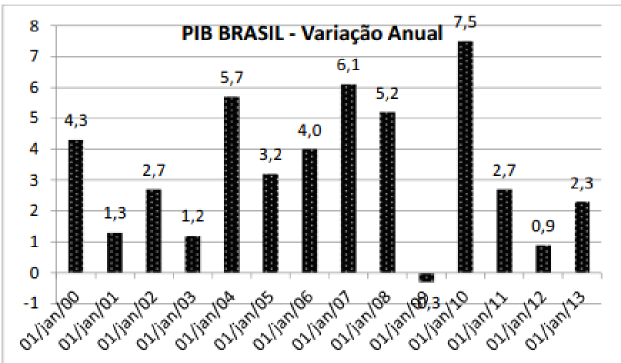


GRÁFICO 1

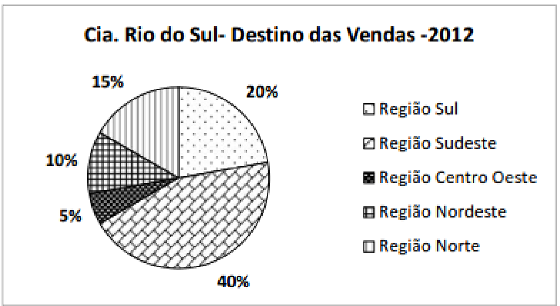


GRÁFICO 2

GRÁFICO 3

(A) Gráfico de Setores – Gráfico de Barras – Gráfico de Linha.
(B) Gráfico de Pareto – Gráfico de Pizza – Gráfico de Tendência.
(C) Gráfico de Barras – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.
(D) Gráfico de Linhas – Gráfico de Pizza – Gráfico de Barras.
(E) Gráfico de Tendência – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.

Resposta: C.
Como foi visto na teoria, gráfico de barras, de setores ou pizza e de linha

62. (TJ/SP – Estatístico Judiciário – VUNESP/2015) A distribuição de salários de uma empresa com 30 funcionários é dada na tabela seguinte.

Salário (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

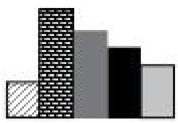
Pode-se concluir que
(A) o total da folha de pagamentos é de 35,3 salários.
(B) 60% dos trabalhadores ganham mais ou igual a 3 salários.
(C) 10% dos trabalhadores ganham mais de 10 salários.
(D) 20% dos trabalhadores detêm mais de 40% da renda total.
(E) 60% dos trabalhadores detêm menos de 30% da renda total.

Resposta: D.
(A) 1,8x10+2,5x8+3,0x5+5,0x4+8,0x2+15,0x1=104 salários
(B) 60% de 30=18 funcionários e se juntarmos quem ganha mais de 3 salários (5+4+2+1=12)
(C)10% de 30=0,1x30=3 funcionários
E apenas 1 pessoa ganha
(D) 40% de 104=0,4x104= 41,6
20% de 30=0,2x30=6
5x3+8x2+15x1=46, que já é maior.
(E) 60% de 30=0,6x30=18
30% de 104=0,3x104=31,20da renda: 31,20

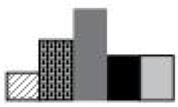
63.(TJ/SP – Estatístico Judiciário – VUNESP/2015) Considere a tabela de distribuição de frequência seguinte, em que x_i é a variável estudada e f_i é a frequência absoluta dos dados.

xi	fi
30-35	4
35-40	12
40-45	10
45-50	8
50-55	6
TOTAL	40

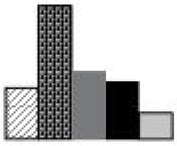
Assinale a alternativa em que o histograma é o que melhor representa a distribuição de frequência da tabela.

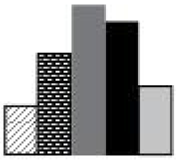


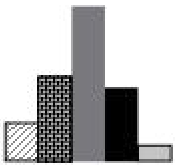
(A)



(B)

(C) 

(D) 

(E) 

Resposta: A.

Colocando em ordem crescente: 30-35, 50-55, 45-50, 40-45, 35-40,

64. (DEPEN – Agente Penitenciário Federal – CESPE/2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet:<www.justica.gov.br>(com adaptações)

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

( )CERTO( ) ERRADO

Resposta: CERTA.

555----100%

x----55%

x=305,25

Está correta, pois a região sudeste tem 306 pessoas.